

unbeachtet. Es ist sehr wohl möglich, dass in diesen Fällen ganz andere Erklärungsgründe gelten, ohne dass damit die hier gegebene Erklärung einer Reihe von Erscheinungen umgestossen wird, die man bisher nur durch die Trägheit der Moleküle begreiflich fand.

Schliesslich muss ich noch dankbar der Freundlichkeit und Güte erwähnen, mit der Herr Prof. Schrötter, in dessen Laboratorium ich arbeite, meine Bemühungen unterstützte.

---

### *Beitrag zur Theorie der gemischten Farben.*

Von **Joseph Grailich**,

ord. Eleven am k. k. physikal. Seminar.

Mit II Tafeln.

(Vorgetragen in der Sitzung vom 6. April 1854.)

Aufgefordert durch Herrn Regierungsrath von Eettinghausen über die Mischung der Farben Studien zu machen, habe ich es versucht, das Problem einer Behandlung zu unterwerfen, die ihre Rechtfertigung in der Überzeugung findet, dass die Undulationstheorie, die sich bisher so fruchtbar und ergiebig in allen Zweigen der Optik erwies, auch in dieser Frage eine Lösung enthalten müsse, die über manche Zweifel und Schwankungen Licht und Gewissheit verbreiten dürfte. Ich habe daher das ganze Problem als eine reine Interferenz-Erscheinung betrachtet, bei der nur statt constanten, variable Wellenlängen in der Rechnung auftreten; die Rechnung selbst ist ganz einfach und nur durch die zahllosen Auflösungen transcendenten Gleichungen lästig, wie ich denn auch nicht bezweifle, dass es nur diesem Umstande zuzuschreiben ist, dass bisher ausser Challis und Wrede sich Niemand mit der Interferenz verschiedenfarbiger Strahlen beschäftigte. Nur der feste Glaube, dass auf diesem Wege einige Aufklärung zu finden sei über noch ungelöste Schwierigkeiten, konnte mich an dieser mühevollen Arbeit festhalten.

Die Abhandlung ist in fünf Abschnitte getheilt, von denen ich gegenwärtig die ersten drei vorlege, die zum Theil das Material enthalten, aus welchem die Resultate in den nächsten zwei Abschnitten

geschöpft werden. Der erste Abschnitt ist eine historische Einleitung, die wo möglich dazu dienen soll über den jetzigen Stand der Frage zu orientiren; da ich nach der Vollendung meiner Arbeit etwas umfassendere Studien über die Literatur ihres Gegenstandes anstellte, und bei der Gelegenheit manches fand, was in den Werken von Priestley, Goethe, Whewell und Wilde nicht enthalten ist, so glaubte ich diese Einleitung etwas ausführlicher halten zu müssen, als es wohl ursprünglich in meinem Plane lag. Der zweite Abschnitt enthält die Berechnung der Interferenzcurven bei gleicher Amplitude der Componenten; er findet seine Aufklärung erst im fünften Abschnitte. Der dritte Abschnitt behandelt die Intensität gemischter Farben; es mag auf den ersten Augenblick überflüssig erscheinen, ein Problem, dessen Lösung auf der Hand zu liegen scheint, aus den Principien der mechanischen Theorie der Optik abzuleiten, wenn man aber erwägt, wie verschieden die Ansichten über Licht- und Farbenintensität sind, wovon der fünfte Abschnitt mehrere Belege liefern wird, so wird man die Einschaltung dieses kurzen Paragraphes entschuldigen. Im vierten Abschnitte sind die Interferenzcurven farbiger Strahlen bei der im Spectrum stattfindenden Intensität dargestellt und berechnet; der fünfte bringt Rechtfertigungen meiner Voraussetzungen, Folgerungen und kritische Bemerkungen, während den Schluss ein vollständiges Literaturverzeichniss der Farbenlehre bis zum Ende des Jahres 1853 bildet.

## ERSTER ABSCHNITT.

### Historisches.

Es scheint nicht, dass vor dem 16. Jahrhunderte sich Jemand mit der Untersuchung der Farbmischungen zu dem Zwecke beschäftigte, die einfachen Farben aus der Reihe der zusammengesetzten auszusondern. Verschiedene Ursachen mögen die Schuld daran tragen. Einmal liegt eine solche Untersuchung ziemlich ausser dem Bereiche der menschlichen Bedürfnisse, dann aber kann sie naturgemäss nur von denjenigen geführt werden, die eine specielle Nöthigung haben sich mit Farben zu beschäftigen, also von Malern und Naturforschern. Die alten Maler <sup>1)</sup> scheinen in ihren Mitteln ziemlich beschränkt gewesen zu sein. Der Mangel aller chemischen, ja aller alchymistischen Erfahrungen wies sie auf eine bescheidene Anzahl von Farbstoffen an, die sie zum Theil keiner weiteren Verän-

derung zu unterwerfen gewohnt waren als der mechanischen Verkleinerung; die berühmteste Reliquie aus den Römerzeiten, die Aldobrandinische Hochzeit, ist, wie Davy's 2) Untersuchungen zeigen, mit geringem Farbaufwande hergestellt und die Farbstoffe waren so ziemlich alle durch die Analyse zu ermitteln, ohne dass sich ein einziger gefunden hätte, der nicht in den Verzeichnissen 3) der alten Autoren nachzuweisen wäre, und wie arm diese im Vergleiche zu den Mitteln der späteren Jahrhunderte sind, zeigt das XXXV. Buch der *Historia naturalis* des Plinius. Um aber theoretische Untersuchungen anzustellen, musste vor allem ein reiches Material für dieselben vorliegen, und was mehr ist, es musste der Sinn für solche lebendig sein, und wie sollte der sich bei den Künstlern finden, da er bei den Berufensten, den Weisen der Schule, den Erforschern und Auslegern der Natur entweder fehlte oder in falschen Bahnen erfolglos irrte. Denn die Forscher der altclassischen Zeit verstanden es wohl, Erfahrungen zu sammeln und unter ordnende Gesichtspunkte einzureihen; doch eine Ersehnung auf ihre einfachsten Bedingungen zurückzuführen, abwechselnd aus empirischen Elementen eine Theorie abzuleiten, aus dieser gefolgerte Phänomene wieder in der Natur aufzusuchen oder hervorzurufen und so auf inductivem Wege die Erfahrung zu durchgeistigen und die Theorie zu läutern, war ihnen versagt. Die besseren unter ihnen stehen vereinzelt; die Schule nahm nur auf und bildete fort was in den dogmatischen Geist der römischen, alexandrinischen und mittelalterlichen Zeiten passte und erst unseren Tagen ist es aufbehalten, die Keime echter Naturforschung in Aristoteles, Euklid, Archimedes, Hipparch und Ptolemäus nachzuweisen. In Aristoteles' 4) Buch über die Farben findet sich die erste Nachricht von Beobachtungen über die Mischung der Farben und es ist charakteristisch für die peripatetische Schule, in welcher Weise in dem Vortrage richtige Erfahrungen und geistvolle Bemerkungen mit dogmatisch gefesselten Grundgedanken durchwebt sind. Indem Aristoteles die Bedingungen der Einfachheit der Farben ausserhalb der Farben selbst, in den Elementen sucht, und so von vorne herein die Anzahl derselben zum mindesten beschränkt, sagt er über die Mischung derselben Folgendes: „Diejenigen Farben, die aus dem Gemenge der einfachen, oder durch ein Mehr oder Weniger entstehen, sind viel und mannigfaltig. Durch Mehr oder Weniger erzeugen sich die Stufen zwischen dem Scharlach und

Purpur; durch die Mischung aber des Weiss und Schwarz entsteht das Grau.

Auch wenn wir das Schwarze und Schattige mit dem Lichte des Feuers oder der Sonne mischen, entsteht ein Gelbroth; ingleichen wird das Schwarze, das sich entzündet, gelbroth, z. B. rauchende Flamme, glühende Kohlen.

Eine lebhafte und glänzende Purpurfarbe aber erscheint, wenn mit mässigem und schattigem Weiss schwache Sonnenstrahlen temperirt werden.

Nun muss man aber auf die angezeigte Weise alle Verschiedenheiten der Farben betrachten, welche bei mannigfaltiger Bewegung sich doch selber ähnlich bleiben, je nachdem ihre Mischung beschaffen ist, und so werden wir uns von den Ursachen der Erscheinung, welche sie sowohl beim Entstehen als beim wechselseitigen Wirken hervorbringen, völlig überzeugen. Allein man muss die Betrachtung hierüber nicht anstellen, indem man die Farben mischt, wie die Maler, sondern indem man, wie vorhergesagt, die zurückgeworfenen Sonnenstrahlen aufeinander wirken lässt. Denn auf diese Weise kann man am besten die Verschiedenheit der Farben betrachten. Als Beweise aber muss man die einfacheren Fälle aufzusuchen verstehen, in welchen man den Ursprung der Farben deutlich erkennt; deshalb muss man besonders das Licht der Sonne, des Feuers, des Wassers und der Luft vor Augen haben. Denn indem diese mehr oder weniger auf einander wirken, vollenden sie, so zu sagen, alle Farben. Ferner muss man die Ähnlichkeit anderer mehr körperlicher Farben sehen, welche sich mit leuchtenden Strahlen vermischen; so bringen z. B. Kohlen, Rauch, Rost, Federn, Schwefel, indem sie theils von den Sonnenstrahlen, theils von dem Glanze des Feuers temperirt werden, viele und mannigfaltige Farbenveränderungen hervor.“

Wie sollte ein Künstler, der überall Anschaulichkeit und Ebenmass fordert und dem das Klare und Praktische zunächst liegt, durch diese trübe Mischung von Wahrnehmung und Theorie sich angeregt fühlen! Und doch ist die hier gegebene Stelle ein Glanzpunkt des Werkes, und wie erwartungsvoll muss man die durch den Druck hervorgehobenen Sätze lesen, in denen so vieles von der richtigen Methode liegt, und denen so wenig das in den folgenden Sätzen

Enthaltene entspricht. Gewiss ist, dass bei der Untersuchung der Farbmischungen die Resultate der Mischung von Pigmenten strenge zu scheiden sind von jenen, die durch das Zusammenwirken farbiger Lichtstrahlen erhalten werden; jene gehören eigentlich bei dem jetzigen Stande der Optik, bei der ganz unvollkommenen Kenntniss der Gesetze der Absorption, bei der noch unvollendeten Lehre von der Mischung prismatischer Farben, noch gar nicht in die Theorie unserer Wissenschaft; es sind vereinzelte, aber werthvolle Materialien, die der wissenschaftlichen Offenbarung harren. Und diese Unterscheidung kann man, wenn man will, immerhin aus den obigen Worten des Stagiriten herauslesen; sie sind aber ungenützt und unverstanden durch Jahrhunderte gelehrt und gelernt worden und bis auf Leonardo da Vinci (1452—1519) hat die Lehre von der Zusammensetzung der Farben keine Erweiterung erfahren.

Der geniale und vielseitige Florentiner Künstler hat nebst einigen Werken über die Hydrostatik und Wasserbaukunst, über die Anatomie und Perspective, die in den bewegten Zeiten der Kämpfe um den Besitz Italiens zwischen den Franzosen und Spaniern zu Grunde gingen, auch eine Abhandlung <sup>5)</sup> geschrieben, welche über Licht und Farbe merkwürdige und richtige Beobachtungen enthält, die er nicht ohne Glück zu erklären versucht hat. Er versuchte es nicht erst zu erklären was Farbe und Licht sei, da ihm Spitzfindigkeiten ferne liegen, blos das führt er als charakteristisches Merkmal der Farben an, dass sie erleuchtet schöner sind als beschattet „dies kommt daher, dass Licht die Farbe belebt, und ihre Erkennung ermöglicht, Schatten sie aber tödtet“ <sup>6)</sup>. Man sieht, dass er in dieser Beziehung die Ansichten der alten Atomisten theilt, welche freilich einen Schritt weiter thun und erklären, dass die Körperfarben materielle Emanationen sind, hervorgerufen durch die Bestrahlung eines leuchtenden Körpers. Da Vinci erklärt aus diesem Grunde auch das Schwarz für keine Farbe, denn „da das Schwarz viel schöner ist im Dunkel als im Licht, so folgt, dass Schwarz keine Farbe ist.“ Über das Weiss spricht er folgende Ansicht aus: „Das Weiss ist am geschicktesten, Farben anzunehmen unter allen nicht spiegelnden Oberflächen. Man nennt jene Gefässe die geräumigsten, welche am meisten geschickt sind, selbst das noch aufzunehmen, was andere leere Körper nicht mehr in sich fassen können; nun wenden wir dies auf die Farben an und nennen das Weiss leer, da es aller Farben

beraubt ist. Wird es nun von der Farbe eines Lichtes, es sei beschaffen wie immer, beleuchtet, so nimmt es mehr Antheil an diesem Lichte als das Schwarz. Darum ist dies letztere einem gebrochenen Gefässe vergleichbar, das nicht geschieht, irgend ein Ding aufzunehmen“ 7). Ausdrücklich sagt er an einer anderen Stelle 8), dass das Weiss zwar keine Farbe sei, dass es aber eine Kraft besitze, vermöge deren es geschieht wird, alle Farben anzunehmen; ebenso in Bezug auf das Licht als Grundbedingung der Farben: die Finsterniss ist nichts anderes als die Entziehung des einfallenden und reflectirten Lichtes, vermöge dessen sich alle Körper, Gestalten und Farben wahrnehmen lassen; darum folgt nothwendig, dass die Wirkung (die Erkenntniss der Gestalt und Farbe) mangeln wird, wo man die Ursache (das Licht) hinweggenommen.

In Bezug auf die Mischung und Einfachheit der Farben heben wir folgende Stellen heraus:

Obchon die Vermischung der Farben unter einander sich unendlich weit treiben lässt, will ich doch nicht unterlassen, hier nur obenhin etwas davon zu erwähnen. Wir wollen erstlich eine gewisse Anzahl einfacher Farben nehmen, die den anderen zu Grunde gelegt werden, und jede derselben mit einer anderen mischen, nämlich erst eine mit einer, sodann zwei mit zweien, hierauf drei mit dreien u. s. f. bis zum Ende der völligen Zahl aller (einfachen Farben). Dann fange man wieder von vorne an, mische zwei mit zweien, drei mit dreien, vier mit vieren u. s. w. Zu solchen zwei vierfachen Farben setze man noch drei, zu solchen wieder drei, und weiter sechs; worauf man in ähnlicher Weise mit der Mischung fortfahren kann. Einfache Farben nenne ich diejenigen, welche nicht zusammengesetzt sind, noch auch mittelst der Mischungen anderer Farben können zusammengesetzt werden 9). Obgleich Schwarz und Weiss nicht unter die Farben gehören, weil eine der Finsterniss, die andere dem Lichte entspricht, insofern die eine die Beraubung, die andere die Erzeugung desselben ist, so will ich sie doch darum nicht übergehen, weil sie in der Malerei Hauptfarben heissen, indem die ganze Malerei aus Licht und Schatten, aus Hell und Dunkel zusammengesetzt ist. Nach Schwarz und Weiss folgt Blau und Gelb, ferner Grün und Orange, dann Kastanienbraun, Ocher, endlich Violet und Roth, und dies sind die acht Farben, in denen sich die Natur erschöpft 10). Weil mir hier der

Raum mangelt, werde ich diesen Gegenstand in einem eigenen Werke behandeln, denn dies ist nicht allein nützlich, sondern selbst sehr nothwendig. Die erwähnte Arbeit wird ihre Stelle zwischen Theorie und Praxis erhalten.

Obsehon die Philosophen Weiss und Schwarz aus der Reihe der Farben ausschliessen, wollen wir doch der Malerei wegen folgende Ordnung festhalten: 1. Weiss; 2. Gelb; 3. Grün; 4. Blau; 5. Roth; 6. Schwarz. Hier entspricht Weiss dem Lichte, Gelb der Erde, Grün dem Wasser, Blau der Luft, Roth dem Feuer und Schwarz der Finsterniss, die noch über dem Elemente des Feuers ist. Um die Mischung dieser Farben zu betrachten, bediene man sich farbiger Gläser, durch die man auf gefärbte Gegenstände schaue <sup>11)</sup>.

Blau und Grün sind an sich nicht einfach, indem Blau aus Licht und Dunkel (wie das Blau der Luft, das aus dem vollkommensten Schwarz und dem hellsten Weiss besteht) zusammengesetzt ist; das Grün aber besteht aus etwas Zusammengesetztem, nämlich Blau, und etwas Einfachem, nämlich Gelb <sup>12)</sup>.

Er macht die Bemerkung, dass die Intensität der Beleuchtung von der Entfernung und der Dichte des Mittels <sup>13)</sup> abhängt, durch welches die Lichtstrahlen gehen müssen, um ans Auge zu gelangen. Dabei wird die Intensität dieselbe bleiben, wenn bei halber Entfernung die Dichte ums Doppelte zunimmt, oder umgekehrt, und für gleiche Lichtstärke wird nur die Erhaltung des Productes aus jenen Elementen gefordert <sup>14)</sup>. Es ist aber die Luft um so viel mehr oder weniger dicht, je näher oder ferner sie der Erdoberfläche ist <sup>15)</sup>. Hieraus folgert er nun für die Mischung der Farben:

In grosse Distanzen verliert sich alle Farbe <sup>16)</sup>.

Das Blau der Luft kommt von den dicken Körpern der erleuchteten Luft her, die sich zwischen der oberen Finsterniss und der Erde befinden. Die Luft an sich hat weder Geruch, Geschmack noch Farbe, sie ist aber sehr geschickt, die Bilder der Körper, die sich hinter ihr befinden, in sich aufzunehmen. Sie wird desshalb um so viel schöner blau sein, wenn hinter ihr eine grosse Finsterniss, die nicht viel Raum einnimmt, und sie nicht mit gar zu vielen und dichten Dünsten erfüllt ist. Man beobachtet an Bergen, die meist beschattet sind, dass sie in weite Entfernungen überaus schön blau aussehen; sind

sie aber stark beleuchtet, so wird sich ihre natürliche Farbe mehr als das Blau zeigen, welches ihnen von der Luft zugeeignet wird, die sich zwischen ihnen und dem Auge befindet <sup>17</sup>).

Die Luft hat um so weniger Antheil an der blauen Farbe, je näher dem Horizonte sie betrachtet wird; sie wird hingegen um so intensiver blau, je mehr sie vom Horizonte entfernt ist. Dies ist der Fall, weil ein Körper nicht viel erleuchtet wird der von Natur sehr dünn ist; am Horizont aber ist die Luft dichter <sup>18</sup>).

Unter den Farben, die nicht blau sind, werden doch diejenigen in weite Entfernungen am meisten am Blau Theil nehmen, welche sich zunächst dem Schwarzen befinden. Diejenige Farbe hingegen, welche dem Schwarzen am unähnlichsten ist, wird in einer weiten Entfernung ihren natürlichen Ton am besten behalten. Demnach wird sich das Grün der Felder mehr in Blau verwandeln, als das Gelb und Weiss, so wie umgekehrt das Gelb und Weiss sich weniger ändern als Roth <sup>19</sup>).

Dasjenige Grün wird mehr vom Blauen aufnehmen, das mehr dunkle Schattigkeit besitzt. Es wird solches dadurch dargethan, dass das Blau in weiten Entfernungen aus Hell und Dunkel zusammengesetzt ist <sup>20</sup>).

Unter denjenigen Dingen, die weit vom Auge abstehen, sie mögen gefärbt sein wie immer, werden doch diejenigen eine um so entschiedene blaue Farbe haben, die entweder von Natur oder zufällig die dunkelsten sind. Die natürliche Dunkelheit ist diejenige, welche an und für sich dunkel ist, die zufällige entspringt aus dem Schatten, den andere Objecte werfen <sup>21</sup>).

Die reflectirte Farbe ist selten genau die Farbe des Körpers oder des einfallenden Lichtes <sup>22</sup>).

Niemals wird ein Ding seine eigene Farbe zeigen, wenn das Licht, das es erleuchtet, nicht ganz und gar von derselben Farbe ist. Man beobachtet dies klar und deutlich an den Gewändern, von welchen die erleuchteten Falten einen Reflex geben und ihr Licht den gegenüberstehenden Falten zusenden, die dann ihre wahre Farbe zeigen. Eben dies thun Goldblättchen, wenn eines vom anderen sein Licht empfängt. Das Gegentheil geschieht aber, wenn das Licht von einer anderen Farbe ist <sup>23</sup>).

Die Oberfläche eines jeden Körpers nimmt Theil an der Farbe nahestehender Objecte <sup>24</sup>).



Die Farbe eines dunkeln Körpers ist um so schöner, je ähnlicher sie der Farbe seiner Umgebung ist <sup>25</sup>).

Spiegelnde Körper lassen am schwersten, rauhe am leichtesten ihre Körperfarbe erkennen <sup>26</sup>).

Am schönsten ist schwarz im Schatten; Weiss, Gelb und Roth im Lichte; Blau, Grün und Braun im Halbschatten; Gold im Reflex <sup>27</sup>).

Unter allen Farben von gleicher Vollkommenheit sind jene die schönsten, die neben den entgegengesetzten stehen, also Weiss neben Schwarz, Bleich neben Roth, Blau neben Gelb, Roth neben Grün <sup>28</sup>).

Beim Sonnenuntergange sind die beleuchteten Körper roth, Sonnenfarbe; die beschatteten blau, Luftfarbe <sup>29</sup>).

Das Licht des Feuers färbt alles gelb, was davon beleuchtet wird. Es scheint aber dies nur wahr zu sein im Vergleiche mit einer von der Luft erleuchteten Sache.

Diesen Vergleich kann man zu Ende des Tages und noch sicherer früh vor der Morgenröthe anstellen und zwar in einem dunklen Zimmer, wenn ein Strahl aus der Luft und ein anderer von einem brennenden Lichte durch verschiedene Öffnungen auf ein Object fällt, wo man den Unterschied in der Farbe sehr deutlich sehen wird, was ohne diesen Vergleich nicht leicht geschieht, besonders bei jenen Farben, die der des Lichtes ähnlich sind: wie das Hellgelb vom Weissen, das Licht- oder Meergrün vom Blau nicht wohl zu unterscheiden sind. Denn indem das gelbliche Flammenlicht das Blau erleuchtet und sich gleichsam damit vermischt, so machen sie zusammen eine schöne grüne Farbe aus, und wenn gar Gelb und Grün gemischt werden, so wird das Grün noch um vieles schöner <sup>30</sup>).

Dass da Vinci der erste ist, der über farbige Schatten und subjective Lichter Beobachtungen anstellte, ist bekannt <sup>31</sup>); weniger bekannt dürfte sein, dass er zuerst die Reflexion des Lichtes der Bewegung eines geworfenen Balles verglich; er sagt: Wiederschein wird von solchen Körpern verursacht, die von heller Beschaffenheit sind und eine mässig ebene und mässig dicke Oberfläche besitzen. Werden dieselben vom Lichte berührt, so springen die Strahlen zurück gleich einem Balle und fallen auf das erste Object, das sich in ihrem Wege befindet <sup>32</sup>).

Die Lehre, die er vorträgt, hat sich viele Jahrhunderte erhalten, ja sie wurde noch im Beginne des unserigen erweitert und in ihren letzten Consequenzen ausgeführt und dadurch zugleich einer gründ-

lichen Discussion und Widerlegung zugänglich gemacht, so dass sie jetzt wohl als abgethan betrachtet werden kann. Es ist begreiflich, dass so viele geistvolle Männer vor und nach da Vinci sich nicht mit einer Irrlehre hätten befassen können, wenn sie nicht wirkliche Elemente der höchsten Wahrscheinlichkeit in sich trüge, und es ist in vielen Fällen die Erklärungsweise dieser Theorie ganz mit der Absorptionslehre der Newton'schen Schule übereinstimmend, nur dass letztere einen Schritt weiter in das Innere der Erscheinung wagt.

Die Kenntniss von der Zusammensetzung des weissen Lichtes dämmert lange schon vor Newton; er hatte nur das letzte Wort zu sprechen, indem er seine drei Fundamentalversuche als genügend und alles beweisend vor die Welt hinstellte. Die Veranlassung gab der Regenbogen, dessen wundervolle Erscheinung die denkenden Geister immer wieder und aufs Neue aufforderte, sein geheimnissvolles Wesen zu entschleiern; doch alle Versuche mussten scheitern, so lange man nicht die Bedingungen, aus denen man ihn abzuleiten versuchte, durch Experimente prüfte. Der Weg, auf welchem das Gesetz der verschiedenen Brechbarkeit des weissen Lichtes gefunden wurde, ist kurz folgender:

Vitello <sup>33)</sup> (um 1270) bemerkt, dass die Regenbogenfarben durch farblose Prismen oder durch wassererfüllte Glaskugeln erzeugt werden, wenn man sie gegen die Sonne hält, und glaubt daher, dass bei der Bildung des Regenbogens, in welchem er Roth, Grün und Blau unterscheidet, nebst der Mischung der Sonnenstrahlen mit den thauigen Dünsten der Wolken auch die Brechung und Reflexion mitwirken dürfte. Porta <sup>34)</sup> (1543—1615) unterscheidet die Regenbogenfarben, da sie unkörperlich sind, als apparente von den wahren Farben und schreibt sie einer Brechung der Sonnenstrahlen in der regnenden Wolke zu, wogegen Maurolycus <sup>35)</sup> (1494—1577) den Grund ihrer Entstehung in der Brechung und mehrfachen Reflexion der Strahlen im Innern eines Tropfens sucht; Fleischer <sup>36)</sup> (1540—1589) aber bedarf zu ihrer Erklärung einer Brechung in einem Tropfen, der Reflexion des gebrochenen in einem dahinterstehenden und der nochmaligen Brechung dieses reflectirten Strahles an einem davor befindlichen Tropfen; dieser Gedanke wird dann aufs neue vereinfacht und dem wirklichen Ereigniss entsprechend durch Harriot (1606) ausgesprochen, der in einem Briefe an Kepler sagt: *Hoc de iride nunc dico, quod causa demonstranda est in una*

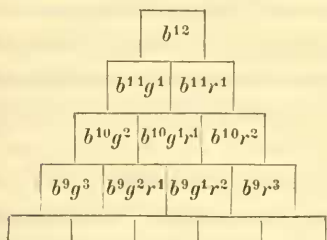
*guttula per reflexionem in concava superficie et refractionem in convexa* <sup>37)</sup>). Selbstständig gelangte Antonius de Dominis <sup>38)</sup> († 1624), einer der klarsten Köpfe seines Jahrhunderts, ein Mann in dessen Arbeiten überall der inductive Geist sich regt, der mit dem Auftreten Galilei's gewaltig zu wehen beginnt, zur experimentellen Auslegung des Phänomens, indem er genau die Stellen aufsuchte, die Sonne und Auge gegen eine Glaskugel einnehmen müssen, um die Farben des Haupt- und Neben-Regenbogens wahrzunehmen; die Farbe selbst liess er aus der Vermischung des Sonnenlichtes in der Weise entstehen, dass eine geringe Menge von Dunkel mit hellem Lichte gemengt Roth, etwas mehr Dunkelheit Grün gibt, und bei überwiegender Dunkelheit blau erscheint, (eine Erklärung, die Horatius Fabri im folgenden Jahrhundert ins Handgreifliche verdichtet, indem er Roth gleich setzt zwei Dosen Licht und einer Dosis Dunkelheit; Grün = 1 D. Licht + 1 D. Dunkel; Blau = 1 D. Licht + 2 D. Dunkelheit). Diesen Versuch fasst Descartes <sup>39)</sup> (1596—1650) schärfer ins Auge und leitet daraus nicht nur die Theorie des Regenbogens, wie sie noch heute besteht, ab, sondern beweist auch weiter, dass bei der Bildung der Farben weder die gekrümmte Gestalt des Tropfens noch die Reflexion an der Hinterwand desselben wesentlich sei, indem Glasprismen vor hinlänglich schmale Öffnungen gestellt ganz dasselbe Bild liefern; Grimaldi <sup>40)</sup> (1613—1663) macht ebenso auf die Nothwendigkeit aufmerksam, dass bei dem Versuche mit dem Prisma die Spalte schmal sei, und beschreibt bereits die langgestreckte Figur des Spectrums, das verschwindet, sobald man anstatt des Prisma's eine Glasplatte mit parallelen Wänden nimmt. Es ist kein Wunder, dass bei diesem Zustande des Experimentes Zweifel gegen die Richtigkeit der hergebrachten Erklärung der Farben sich erhoben, und die Ansicht, dass die Brechung das Hauptmoment bei der Farbenbildung sei, findet sich schon vor Newton in einigen optischen Arbeiten <sup>41)</sup> ausgesprochen. Doch waren es eben nur Ansichten; Newton <sup>42)</sup> hat den nöthigenden, alles erleuchtenden Beweis geführt und die Entdeckung durch die Weise wie er selbstständig sie machte, weiter verfolgte und ausbeutete zu seinem unbestrittenen Eigenthum gemacht, das ihm selbst seine entschiedensten Gegner nicht anzutasten wagen; Goethe, der alles beibringt, was Newton's Grösse in der Optik verringern kann, begnügt sich eifrig die ganze vor-newtonische Literatur zu

durchforschen und mitzutheilen und trägt dadurch nur zur Verherrlichung des grossen Schöpfers der mathematischen Physik bei.

Seit den Arbeiten Newton's war es möglich, die Frage über die Mischung der Farben auf zweifache, ja auf dreifache Weise zu untersuchen; erstens durch die Mischung von Pigmenten, dann durch das Zusammenwirken verschiedener Bestandtheile des Spectrums, und endlich, seit der Ausbildung der höheren Theorie der Optik, durch eine rein mathematische Erfassung des Problems. Ich werde die verschiedenen Untersuchungen in Kürze mittheilen, indem ich vorzüglich die leitenden Gedanken und Resultate derselben hervorhebe, da eine ausführliche Literatur dieses Zweiges der Wissenschaft ohnehin am Schlusse der gegenwärtigen Abhandlung folgt.

1. Mischung der Farben durch Pigmente, und Farben-Nomenclaturen. Es lassen sich hier eigentlich zweierlei Bestrebungen scheiden; die einen hatten vorzüglich die Wiederherstellung des weissen Lichtes aus der Gesammtheit oder eine Anzahl der farbigen Lichter zum Zwecke, und schliessen sich so mehr an die Theorie, die anderen versuchen es, die Farbenübergänge in ihren Ursachen und dem Thatsächlichen nach zu erforschen und lehnen sich dadurch an die Praxis, an Malerei und Färberei. Es war ein Zeitgenosse Newton's, R. Waller <sup>43)</sup>, der es zuerst versuchte, eine brauchbare Nomenclatur der einfachen und gemischten Farben herzustellen, und er scheint dabei schon Kenntniss von den Arbeiten Newton's gehabt zu haben, denn seine einfachen Farben sind die Töne des Spectrums, nur mit der Modification, dass er, um die helleren und dunkleren Nuancen auch zu erhalten, die blaue, gelbe und rothe Partie trennt, und jede für sich aus ihren weisslichsten Tönen in ihre dunkelsten übergehen lässt; doch scheiterte er eben an der Beimischung des Weiss, wobei er sich nicht Rath's wusste. Newton selbst scheint die Farbenübergänge nicht weiter beachtet zu haben als sie zur Begründung seiner Theorie nöthig waren, und fand sich daher auch nicht aufgefordert, sich über die Anzahl der Grund-Pigmente zu unterrichten, so dass bis 1733 die Untersuchung ruhte, wo le Blond <sup>44)</sup>, wie es scheint ohne von Waller's Arbeit unterrichtet zu sein, die Behauptung aufstellte, sämtliche Farbenübergänge seien durch Blau, Gelb und Roth zu erhalten, welcher Ansicht auch Dufay <sup>45)</sup> beitrug; jener stellte wirkliche Mischungen dar und Dufay glaubte dadurch die Richtigkeit der Newton'schen Erklärung der einfachen

Farben in Zweifel gestellt zu haben. Bekannter als diese Versuche sind die Arbeiten des Göttinger Astronomen Tobias Mayer <sup>46)</sup> geworden, der die Theorie der Combinationslehre in Anwendung brachte und in einem Dreiecke 91 Farbentöne darzustellen lehrte, welche alle durch das Auge noch unterscheidbaren Nuancen von gleicher Helligkeit umfassen sollten. Er ging von der Annahme aus, das weisse Licht bestehe aus 3 Elementarlichtern, einem gelben, rothen und blauen, und jede Farbe sei entweder eines dieser Elemente oder eine binäre oder ternäre Verbindung derselben nach verschiedenen Verhältnissen. Auf diese Weise erhielt er, indem er für die Empfindlichkeit des Seh-Organes die Zahl von 12 Abstufungen in den Verhältnissen,



in welchen jedes einzelne Element in die Verbindung eintritt, für hinreichend annahm, ein Dreieck, dessen blaue Spitze in der nebenstehenden Figur gegeben ist; um aber auch die Übergänge in der Helligkeit bei constantem Ton darzustellen, schlug er vor, nächst

diesem Dreiecke noch vier andere auszuführen, deren Farben gradatim mit wachsenden Zusätzen von Weiss, und vier anderen, deren Farben gradatim mit wachsenden Zusätzen von Schwarz zu versetzen wären, so dass einerseits die Stufenleiter mit einem weissen, andererseits mit einem schwarzen Dreiecke geschlossen würde. Selbst ausgeführt hat er seine Idee nicht; sie wurde aber von Lambert aufgenommen und mit der Modification durchgeführt, dass Lambert <sup>47)</sup> statt einer Anzahl congruenter Dreiecke eine Pyramide construirte, deren Grundfläche das Mayer'sche Dreieck ist, und die im Inneren 6 Fächer enthält, welche die Mischungen bei verminderter Lebhaftigkeit des Tons darstellen, in der Weise, dass, wenn die Grundfläche 45 (Lambert nimmt bloß Mischungen von 8 Verhältniss-Stufen an) Felder, das erste Fach 28, das zweite 15, das dritte 10, das vierte die 3 Grund- die 3 Mittelfarben, das fünfte die 3 Grundfarben des Weiss enthält, so dass die Ecken der dreiseitigen Pyramide blau, roth und gelb, die Mittellinien auf den Seitenflächen violet, orange und grün sind. Als einfacher Farben bediente er sich des Berlinerblau, Gummigutt und Karmin, und er bestimmte durch Versuche die farbige Intensität <sup>48)</sup>

(gleichsam das Gewicht, mit welchem jedes dieser Pigmente in die Mischung eintritt) derselben; sie verhält sich wie  $\frac{1}{3} : \frac{1}{12} : \frac{1}{2}$ , so dass um z. B. die Farbe  $b^1g^{2r^4}$  darzustellen,  $1 \times 3$  Gran Berlinerblau,  $2 \times 12$  Gran Gummigutt,  $2 \times 4$  Gran Karmin genommen wurden. Die Zahlen 3, 12, 2 sind Farben-Äquivalentzahlen der betreffenden Pigmente. Lambert führte in eben der Weise auch eine Pyramide aus, deren Spitze  $r^0 b^0 g^0$  = Schwarz war; doch fehlt die Zeichnung derselben in dem angeführten Werke. Etwas Ähnliches hat Runge <sup>49)</sup> ausgeführt, der eine Kugel in der Weise mit Pigmenten bemalte, dass der Äquator die Farben des Spectrums (eigentlich in Abständen von  $60^\circ$  die 3 Haupt- und die 3 Mittelfarben) enthält, welche gegen den einen Pol in Weiss, gegen den anderen in Schwarz übergehen, so dass auf einen Meridian immer alle Abstufungen eines Farbentones und seines Complementes, auf einen Parallelkreis die verschiedenen Farbtöne bei gleichbleibender Farbenlebhafteit zu liegen kommen.

Weniger glücklich als der Gedanke Mayers ist Hay's <sup>50)</sup> Versuch, eine Übersicht der Mischfarben darzustellen; doch hat dieser eine Nomenclatur vorgeschlagen, die nicht übergangen werden darf. Er theilt die farbigen Abstufungen in Farben (*colours*) und Töne (*hues*), und zwar entstehen aus der Mischung der Primärfarben Roth, Gelb, Blau, die secundären Orange, Grün, Purpur; aus der Mischung der Secundärfarben die primären Töne citrine, olive, russet; aus der Mischung dieser die secundären Töne grüner Ton, purpurner Ton, orangener Ton. Forbes <sup>51)</sup> der mit Recht die Darstellung der Hay'schen Farben wegen ihrer geringen Übersichtlichkeit tadelt, so auerkennend er sich auch über die Mischung seiner Farben ausspricht, schlägt eine andere Nomenclatur vor, die nicht allein alle Farbtöne sondern auch alle Abstufungen derselben von ihrer lebhaftesten Nuance bis ins Grau umfassen soll; die Farbtöne sind in eine verticale Reihe gestellt, und zwischen die 6 Haupttöne je 3 Übergänge gestellt, z. B.: Roth, Orangeliroth, Rothorange, Röthlichorange; Orange, Gelblich-Orange u. s. f.; die Abstufungen zwischen dem lebhaftesten Ton und Grau sind durch 4 Zwischenglieder in einer horizontalen Reihe dargestellt, wie Gräulichroth, Grauroth, Rothgrau, Röthlichgrau, Grau. Den mittleren Tönen, wo Grau und Farbe sich gleichsam das Gleichgewicht halten, hat Forbes Namen gegeben, die sich zum Theil nicht übersetzen

lassen, wesshalb sie in der Note aus dem Originale mitgetheilt werden; als Grundfarben verlangt er die lebhaftesten Töne derselben. Auf *Forbes* Ansichten werden wir später zurückkommen.

Mehr theoretischer als praktischer Natur sind die Versuche, Weiss aus der Vermischung von Pigmenten zu bilden; dass dies strenge genommen nie gelingen kann, liegt in der Natur der Körperfarben. Denn diese entstehen dadurch, dass dem einfallenden Lichte gewisse Bestandtheile entzogen werden; mischt man nun Pigmente in der gehörigen Weise, so berauben diese das Licht so, dass sie jedem einzelnen Farbenstrahl desselben einen Theil seiner Intensität nehmen, wobei der Rest allerdings weiss bleibt, aber um Vieles geschwächt erscheint. Nun nennen wir schwarz die Oberfläche, die gar kein Licht reflectirt, grau jene, die nur wenig von dem auf sie einfallenden Lichte zurückstrahlt; es entspricht somit die Farbe eines Pigmentgemisches dem reinen Grau, oder dem Weiss das durch die Beleuchtung einer grossen Oberfläche abgeschwächt, diluirt wird. *Newton's* 52) Versuche konnten daher im Ganzen zu keinem befriedigenden Resultate führen, und ebensowenig ist von den Farbenkreiseln und Farbenrädern 53) zu erwarten, deren ich hier nur im Vorbeigehen erwähne, da sie eigentlich mehr in das Capitel von den subjectiven Farben gehören.

2. Um die Farben des Spectrums selbst unter einander zu mischen bediente sich *Newton* der noch jetzt gebräuchlichsten Methode; er brachte nämlich zwischen das Prisma und die Linse einen Schirm mit Ausschnitten, die nur einzelne Farbstreifen passiren liessen, deren Resultat auf einer weissen Fläche hinter der Linse beobachtet wurde. Auf diese Weise fand er, dass je zwei benachbarte Farben ihre Mithelfarbe 54) geben und verificirte zugleich seine Farbenregel 55), deren Ansehen durch *Biot's* Arbeiten so hoch gestiegen ist und für welche noch in der letzten Zeit *Grassmann* ein Lanze gebrochen hat. Es versuchten zwar *Newton's* Gegner seine Theorie der verschiedenen Brechbarkeit des Lichtes durch das prismatische Farbenbild selbst zu widerlegen 56); doch lag jedem dieser Versuche Unkenntniss und Missverstehen dessen, was man angriff, zu Grunde und so blieb von dieser Seite die Lehre unverändert bis zum Beginne dieses Jahrhunderts. Da machte *Wollaston* beim Durchschauen durch ein sehr reines Flintglasprisma die Entdeckung, dass im Spectrum mehrere schwarze Linien seien, die die rothen, grünen, blauen und violeten

Partien des Bildes zu scheiden schienen <sup>57)</sup>, er nahm daher an, dass das Sonnenlicht aus diesen 4 Farben bestehe; da er aber die Entdeckung nicht weiter verfolgte, und sonst auch Niemand durch seinen Bericht dazu angeregt wurde, so konnte es geschehen, dass Fraunhofer 13 Jahre später selbstständig bei der Untersuchung achromatischer Combinationen die Linien wieder auffand, und sie, ohne sich in eine Erklärung derselben einzulassen, sogleich zur schärferen Bestimmung einzelner Partien des Spectrums benützte, da sie sich als unabhängig von der Natur der brechenden Substanz erwiesen. Dagegen nahm Young <sup>58)</sup> Wollaston's Ansicht über die Farben auf und modificirte sie dahin, dass er aus der Reihe der einfachen Farben nun auch das Gelb ausschloss und von den übrigen 3, roth, grün und violet annahm, jede derselbe bringe eine der Art nach selbstständige und verschiedene Empfindung im Sensorium hervor, welche Lehre eher zu verallgemeinern als zu beschränken wäre, indem kein Grund ist, warum nicht jede Farbe des Spectrums, insofern sie nur einer eigenthümlichen Schwingungsweise ihr Dasein verdankt, auf eigene Weise das empfindende Organ afficiren sollte. Sowohl die Wollaston'sche als auch die Young'sche Ansicht supponirt stillschweigend, dass es im Spectrum Strahlen von verschiedener Farbe und gleicher Brechbarkeit gebe, und Brewster <sup>59)</sup> glaubt durch Absorptions-Erscheinungen, die er beobachtete, thatsächlich nachweisen zu können, dass blaues, gelbes und rothes Licht in jedem Theile des Spectrums vorhanden sei; ja er sagt sogar, dass es ihm möglich geworden sei, in jedem Theile des Spectrums durch Absorption weisses Licht zu erhalten, das durch Brechung nicht weiter zerlegbar war. Es scheint, dass es Helmholtz <sup>60)</sup> und Bernard <sup>61)</sup> gelungen ist nachzuweisen, wie Täuschungen verschiedener Art zu der Entstehung dieser Theorie Veranlassung gegeben; jedenfalls ist sie aber als der Ausdruck vielfacher Erfahrungen nur durch die Erfahrung selbst zu widerlegen.

Mit der Vervollkommnung der Methode prismatische Farben zu mischen, hatten sich schon Wünsch <sup>62)</sup> und Grotthuss <sup>63)</sup> beschäftigt; aber erst Helmholtz <sup>64)</sup> glückte es, ein Verfahren ausfindig zu machen, das die feinsten Beobachtungen zulässt; indem er nämlich statt einer einfachen geraden Spalte, eine V-förmig gebrochene verwendet, erhält er durch dasselbe Prisma zwei sich theilweise deckende Spectra, in denen die Fraunhofer'schen Linien



Gitter bilden, die die grösste Genauigkeit in der Orientirung zulassen. Helmholtz findet, dass unter diesen binären Combinationen nur Indigblau und Gelb Weiss geben, so dass zur Zusammensetzung sämtlicher Farbentöne des Spectrums mindestens fünf einfache Farben nöthig seien: Roth, Gelb, Grün, Blau, Violet, da Roth und Grün auf keine Weise, Blau und Violet nur sehr schlecht durch Mischung zu erhalten sei. Grassmann <sup>65</sup>), in Stettin, zeigte hierauf, wie die Helmholtz'schen Messungen ganz gut mit der Newton'schen Regel stimmen, wogegen sich wohl das einwenden liesse, dass es nach Newton's Regel überhaupt unmöglich sei, in einer Frage von dieser Feinheit eine Entscheidung zu erwarten, so lange in die Newton'sche Construction nicht die Fraunhofer'sche eingetragen und die Intensitäten der Misch-Componenten genau ermittelt sind, was aber unerfüllbare Forderungen sind; hievon mehr im 5. Abschnitte. Andererseits theilt Foucault <sup>66</sup>), durch Helmholtz's Versuche angeregt, ein Verfahren mit, prismatische Mischfarben zu prüfen, das eine grosse Feinheit der Beobachtung zulässt; es ist um so werthvoller, als es so modificirt werden kann, dass nebst der Mischfarbe zugleich das Spectrum selbst beliebig mitgesehen werden kann oder nicht.

3. Als ein Versuch die Theorie der Farben mathematisch zu behandeln, muss Challis <sup>67</sup>) „Theoretische Auslegung einiger That-sachen, die Zusammensetzung der Farben betreffend“ genannt werden; da er sich aber nur kurz fasst und eigentlich nur zeigen will, dass dieses Problem auch einer rein mathematischen Behandlung fähig sei, ohne es wirklich einer solchen zu unterwerfen, so blieb seine Arbeit ohne Einfluss und Nachwirkung.

## ZWEITER ABSCHNITT.

### Interferenz zweier ungleichfarbiger Strahlen von gleicher Amplitude.

Nehmen wir an, es bewegten sich zwei geradlinig polarisirte Strahlen von verschiedener Wellenlänge längs derselben Bahn und in irgend einem Punkte dieser Bahn, den wir hier als Anfangspunkt der Coordination betrachten, seien ihre Phasen gleichzeitig der Nulle gleich, so dass, wenn

$$y = a \sin \frac{2\pi}{\lambda_1} A$$

die Gleichung des ersten

$$y = b \sin \frac{2\pi}{\lambda_2} B$$

die des zweiten Strahles ist, an diesem Punkte

$$\frac{2\pi}{\lambda_1} A_1 = \frac{2\pi}{\lambda_2} B = 360^\circ$$

ist; da ausserdem auch  $a=b$  sein soll, so werden die beiden Strahlen durch die Gleichungen

$$y_1 = \sin \frac{2\pi}{\lambda_1} (x - n \lambda_1) \quad (1)$$

$$y_2 = \sin \frac{2\pi}{\lambda_2} (x - m \lambda_2) \quad (2)$$

dargestellt werden, und es ist folglich der aus dem Zusammenwirken beider resultirende farbige Strahl

$$Y = \sin \frac{2\pi}{\lambda_1} (x - n \lambda_1) + \sin \frac{2\pi}{\lambda_2} (x - m \lambda_2) \quad (3)$$

Wird  $Y = 0$  gesetzt, so erhält man diejenigen Punkte, in welchen die Verrückung der Äthertheilchen längs der Bahn des Strahles gleich Null ist, und zwar gleichzeitig mit dem Durchgange des Äthertheilchens am Anfange der Coordinaten, durch den Ruhepunkt. Es ist dann

$$\sin \frac{2\pi}{\lambda_1} (x - n \lambda_1) = \sin \frac{2\pi}{\lambda_2} (m \lambda_2 - x)$$

d. i.

$$x = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} (m + n)$$

und setzen wir für  $m + n$  den kleinstmöglichen Werth, die Einheit, so wird

$$x = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$$

die halbe Länge der neuen Welle; wird diese mit  $\lambda'$  bezeichnet, so ist

$$\lambda' = 2 \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$$

folglich  $\lambda'$  das harmonische Mittel zwischen den beiden Wellenlängen; es wird daher, wenn die Amplituden der beiden Mischfarben gleich sind, die resultirende Wellenlänge stets nahezu in der Mitte zwischen ihren Componenten liegen.

Die Schwingungsweise des neuen Strahles ist sehr verschieden von der seiner Componenten. Während in dieser die einfache Periodicität der Sinuslinie waltet, geschehen dort die Bewegungen nach einem zusammengesetzteren Rhythmus. Setzt man, wie Challis, in 3)

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right) = \frac{1}{L}$$

und

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) = \frac{1}{l}$$

so wird

$$Y = 2 \cos \left( \frac{2\pi x}{l} + c_1 \right) \sin \left( \frac{2\pi x}{L} + c_2 \right)$$

woraus folgt, dass eine doppelte Periodicität stattfinden werde. Im Spectrum verhält sich der grösste Werth von  $\lambda$  zum kleinsten etwa wie 3 : 2, so dass

$$\frac{1}{2} \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right)$$

wenigstens gleich  $\frac{1}{6\lambda_1}$  und  $l$  wenigstens gleich  $6\lambda_1$  ist; in der periodischen Function  $\cos \left( \frac{2\pi x}{l} + c_1 \right)$  kehren also die Perioden weit weniger oft wieder als in dem anderen Factor  $\sin \left( \frac{2\pi x}{L} + c_2 \right)$ , in welchem  $L = \lambda'$  ist. Sobald die Zahlen, welche die Längen der beiden Wellen  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  angeben, relative Primzahlen sind — und da es sich um keine absoluten, sondern nur um relative Grössen handelt, so kann man die Werthe derselben durch das Weglassen ihrer gemeinschaftlichen Factoren immer in solche verwandeln — so bedeutet das Product

$$\lambda_1 \lambda_2$$

das Intervall, welches zwischen 2 homologen Werthen von  $Y$  liegt; so dass nach dem Durchlaufen dieses Raumes, oder nach dem Ablaufe des dieser Wegstrecke entsprechenden Zeitraumes, der Rhythmus der Bewegungen wieder von vorne beginnt; ich nenne daher

$$l = \lambda_1 \lambda_2$$

die Länge, und

$$t = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{v} = \tau_1 \lambda_2 = \tau_2 \lambda_1$$

die Dauereiner grossen Periode, wenn  $\tau_1, \tau_2$  die Schwingungszeiten des ersten und zweiten einfachen Strahles bezeichnen. Es scheint nicht, dass das Auge fähig ist, den Rhythmus der grossen Periode genau zu verfolgen, obschon derselbe auch nicht gänzlich der Wahrnehmung entgeht, wie ich in dem fünften Abschnitte dieses Aufsatzes zeigen werde.

Die Grenzwerte der Summe

$$m + n$$

in 4) sind jetzt leicht zu bestimmen; einmal muss sie grösser als Null sein, folglich ist die Einheit die untere Grenze und

$$v \tau' = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$$

wo  $\tau'$  die halbe Schwingungsdauer der resultirenden Welle ist; dann aber braucht sie der grossen Periode halber nicht weiter betrachtet zu werden, als bis sie gleich  $\lambda_1 + \lambda_2$  geworden, und es ist dadurch ihr oberer Grenzwerth bestimmt.

Da die grosse Periode eine Cosinus-Function ist, so wird sie aus zwei Hälften bestehen, die von der Mitte aus nach rückwärts und nach vorwärts symmetrisch gebaut sind, jedoch so, dass den positiven Theilen auf der einen, gleichgestaltete negative Theile auf der anderen Seite entsprechen. Wenn daher das Auge im Stande wäre, so weit aus einander liegende Stücke an einander zu knüpfen, so könnte man sagen, dass die zweite Hälfte die halben Wellenausschläge der ersten ergänzt, und zwar in derselben abwärtssteigenden Ordnung, wie sie in der ersten Hälfte aufsteigen. Ein Blick auf die Tafeln, die am Schlusse dieses Aufsatzes beigegeben wurden, macht dieses Verhältniss anschaulich.

Da  $m$  und  $n$  ganze oder halbe Zahlen sind, wenn die Grösse der Ausschläge 1) und 2) blos von dem Fortschritt der Bewegung, wie er durch  $\frac{2\pi x}{\lambda}$  repräsentirt wird, abhängig sein soll, so wird die Summe

$$\lambda_1 + \lambda_2$$

entweder eine gerade Zahl sein müssen, oder es wird an der Grenze der beiden Hälften der grossen Periode eine Unterbrechung in der Gleichförmigkeit der Wellenlängen eintreten, indem für

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 2\psi + 1$$

in der Mitte der Periode

$$m + n = \psi + \frac{1}{2}$$

wird. Da die dadurch entstehende Welle genau halb so lang ist als die übrigen, also für jede mögliche Schwingungsweise durch ihre Kürze ausserhalb der Grenzen der Wahrnehmbarkeit treten dürfte, und zudem, wie gezeigt werden wird, von so geringer Amplitude ist, dass sie selbst dadurch neben den übrigen Undulationen verschwinden müsste, so kann dies den Charakter des farbigen Strahles nicht ändern; ausserdem aber steht es immer frei, anstatt zweier Wellen,

deren Längenverhältnisszahlen zusammengenommen eine ungerade Zahl geben, zwei im Spectrum sehr nahe daran gelegene zu wählen, wo diese Summe ein Vielfaches von 2 wird. Ein unmittelbarer stätiger Übergang in den Wellenlängen darf zwar wegen der Fraunhofer'schen Linien nicht angenommen werden, denn sind Wrede's Berechnungen über die Entstehung derselben naturgemäss — welche eine Stätigkeit in dem Wachstume der Wellenlänge supponiren —, so zeigen sie nur, wie diese ursprüngliche Stätigkeit durch Reflexionen und Interferenzen im Verlaufe der Fortpflanzung aufgehoben wird; man wird aber in praxi, d. i. innerhalb der Grenzen der Wahrnehmbarkeit, immerhin von Farbenübergängen sprechen dürfen.

Die Wellenlänge, welche den Berechnungen in diesem Aufsätze zu Grunde gelegt wurden, sind aus folgender Tafel entnommen, die Drobisch (Über die Wellenlängen und Oscillationszahlen der farbigen Strahlen im Spectrum, Poggendorff's Ann. 88, S. 534) zusammengestellt hat.

Tafel der Wellenlängen.

Grenzstrahlen.	Wellenlänge.	Fraunhofer's Strahlen.	Wellenlänge.	Milliontel des Millimeters nach Fresnel.
Äusserstes Roth	2542	.....	.....	688·1
		B roth	2541	..... 687·8
Roth-Orange	2297·9	C roth	2422	..... 655·6
		.....	.....	622·0
Orange-Gelb	2174·2	D orange	2175	..... 588·8
		.....	.....	588·6
Gelb-Grün	1986·4	.....	.....	537·7
		E grün	1945	..... 526·5
Grün-Blau	1795·7	.....	.....	486·1
		F blau	1794	..... 485·6
Blau-Indigo	1640·7	.....	.....	446·2
		G indigo	1587	..... 429·6
Indigo-Violet	1552·4	.....	.....	420·1
		H violet	1464	..... 396·3
Äusserstes Violet	1403·3	.....	.....	379·8

Hieraus wurden folgende Quotienten gerechnet

Violett : Indigo	= 12 : 13 = 400 : 436
„ : Blau	= 7 : 8 = 400 : 458
„ : Grün	= 7 : 9 = 400 : 515
„ : Gelb	= 5 : 7 = 400 : 560
„ : Orange	= 2 : 3 = 400 : 600
„ : Roth	= 8 : 13 = 400 : 650

Indigo	: Blau	= 15 : 16 = 433 : 462
"	: Grün	= 15 : 18 = 433 : 519
"	: Gelb	= 13 : 17 = 433 : 566
"	: Orange	= 13 : 18 = 433 : 599
"	: Roth	= 2 : 3 = 433 : 649
Blau	: Grün	= 8 : 9 = 460 : 502
"	: Gelb	= 4 : 5 = 460 : 575
"	: Orange	= 16 : 21 = 460 : 604
"	: Roth	= 16 : 23 = 460 : 661
Grün	: Gelb	= 9 : 10 = 512 : 569
"	: Orange	= 18 : 21 = 512 : 597
"	: Roth	= 18 : 23 = 512 : 654
Gelb	: Orange	= 14 : 15 = 560 : 605
"	: Roth	= 7 : 8 = 560 : 655
Orange	: Roth	= 12 : 13 = 605 : 627

Berechnet man nach diesen Verhältnissen die Mischfarben aus zwei verschiedenen Farben, so erhält man folgende Tafel, die zugleich die von Helmholtz experimentell bestimmten Farbentöne enthält, wie sie aus der Mischung zweier Strahlen des Spectrums erhalten werden.

Tafel der Mischfarben.

$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda'$ Bei gleicher Intensität der Componenten	Farbenton bei den im Spectrum stattfindenden Intensitäten.
400	433	416 Violet	Violet.
	460	429 G im Indigo	Dunkelblau, weniger gesättigt als das Indigo des Spectrums.
	512	449 Blau	Hellblau.
	563	468 Mitte Blau	Weisslich Fleischfarben.
	605	482 Grenze Blau-Grün	Karminroth.
	655	497 Grün	Dunkelpurpurroth.
430	460	444 Grenze Indigo-Blau	Grenze Indigo-Blau.
	512	468 Mitte Blau	Hellblau.
	563	487 Grenze Blau-Grün	Reines Weiss.
	605	502 Grün	Karminroth.
	655	519 Grenze Grün-Gelb	Purpurroth.
460	512	484 Grenze Blau-Grün	Grünblau.
	563	506 Mitte Grün	Schwach-Grünlichweiss.
	605	523 E im Grün	Fleischfarben.
	655	540 Grenze Grün-Gelb	Rosaroth.

$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda'$ Bei gleicher Intensität der Componenten	Farbenton bei den im Spectrum stattfindenden Intensitäten.
510	563 605 655	535 Grenze Grün-Gelb 553 Mitte Gelb 573 Gelb	Gelblichgrün. Fahlgelb. Fahlgelb.
560	605 655	582 Grenze Gelb-Orange 604 Orange	Gelblich Orange. Orange.
605	655	627 Grenze Roth-Orange	Röthlich Orange.

Diese Tafel zeigt zum Theil viele Übereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung; die Übereinstimmung nimmt aber rasch ab, so wie die beiden Componenten im Spectrum weiter auseinander rücken, und es wird eine der Aufgaben dieses Aufsatzes sein, die Ursachen dieser Abweichung zu erforschen und zu bestimmen. Dies kann aber erst dort geschehen, wo die Componenten in der Rechnung mit denjenigen Intensitäten eingeführt werden, die sie im Spectrum wirklich besitzen.

Zunächst ist nun das Verhältniss der Lichtstärke des resultirenden Strahles gegen die Intensität seiner Componenten zu bestimmen.

Wenn man das Princip annimmt, wie es allgemein geschieht, dass die Intensität durch die Grösse der bei der Schwingung ins Werk gesetzten lebendigen Kraft gemessen werden muss, so findet man bekanntlich

$$i = \int_0^{\tau} \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 dt \quad (4)$$

wo für  $y$  der Werth  $a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt-x) = a \sin \frac{2\pi}{\tau}(vt-x)$  zu substituieren ist, woraus bei weiterer Entwicklung des Integrales und wirklicher Integration folgt

$$i = 2 \frac{\pi^2 \alpha^2}{\tau}$$

d. i. die Intensität ist proportional dem Quadrate der Amplitude. Nun weicht zwar die Curve 3) von der Sinuslinie bedeutend ab, aber sie besteht aus Bewegungszuständen, auf welches obiges Princip mit demselben Rechte anzuwenden ist, wie bei dem einzelnen homogenen Strahle; man hat daher

$$J = \int \left( \frac{dY}{dt} \right)^2 dt$$

und es ist

$$\frac{dY}{dt} = a \left[ \frac{2\pi}{\tau_1} \cos 2\pi \left( \frac{t}{\tau_1} - n \right) + \frac{2\pi}{\tau_2} \cos 2\pi \left( \frac{t}{\tau_2} - m \right) \right]$$

Die Grenzen des Integrales sind bestimmt durch die Länge der grossen Periode; die Zeit, welche nöthig ist um eine volle Wellenlänge der ersten Componente zurückzulegen ist

$$\tau_1$$

diese Zeit muss aber so oft wiederholt werden, als Einheiten in der zweiten Wellenlänge enthalten sind, also  $v\tau_2$  mal; es ist folglich das Integrale von

$$t = 0 \text{ bis } t = v\tau_1\tau_2$$

zu nehmen. Nun ist

$$a^2 \int_0^{v\tau_1\tau_2} \left( \frac{dY}{dt} \right)^2 dt = a^2 \int_0^{v\tau_1\tau_2} \left[ \frac{4\pi^2}{\tau_1^2} \cos^2 2\pi \left( \frac{t}{\tau_1} - n \right) + \frac{8\pi^2}{\tau_1\tau_2} \cos 2\pi \left( \frac{t}{\tau_1} - n \right) \cos 2\pi \left( \frac{t}{\tau_2} - m \right) + \frac{4\pi^2}{\tau_2^2} \cos^2 2\pi \left( \frac{t}{\tau_2} - m \right) \right] dt$$

Entwickeln wir  $\cos 2\pi \left( \frac{t}{\tau_1} - n \right)$ , so finden wir

$$\cos 2\pi \left( \frac{t}{\tau_1} - n \right) = \cos 2\pi \frac{t}{\tau_1} \cos 2n\pi + \sin 2\pi \frac{t}{\tau_1} \sin 2n\pi$$

und da  $n$  eine ganze Zahl ist,  $\sin 2n\pi = 0$ ,  $\cos 2n\pi = 1$ , folglich

$$\cos 2\pi \left( \frac{t}{\tau_1} - n \right) = \cos 2\pi \frac{t}{\tau_1}$$

Setzen wir

$$2\pi \frac{t}{\tau_1} = \psi$$

so wird

$$\frac{2\pi}{\tau_1} dt = d\psi$$

hieraus folgt

$$dt = \frac{\tau_1}{2\pi} d\psi$$

und setzen wir in  $\psi$  zuerst  $t = 0$ , und dann  $t = v\tau_1\tau_2$ , so erhalten wir die veränderten Grenzen

$$\psi_0 = 0$$

$$\psi = 2\pi \lambda_2$$

$$v\tau_1\tau_2$$

folglich

$$a^2 \frac{4\pi^2}{\tau_1^2} \int_0^{v\tau_1\tau_2} \cos^2 2\pi \left( \frac{t}{\tau_1} - n \right) dt = 2 \frac{\pi a^2}{\tau_1} \int_0^{2\pi\lambda_2} \cos^2 \psi d\psi$$



und da

$$\cos^2 \psi = \frac{1 + \cos 2\psi}{2}$$

$$\int \cos^2 \psi d\psi = \frac{1}{2} \psi + \frac{1}{4} \sin 2\psi$$

und

$$\int_0^{2\pi \lambda_2} \cos^2 \psi d\psi = \pi \lambda_2 + \frac{1}{4} \sin 4\lambda_2 \pi$$

folglich

$$a^2 \frac{4\pi^2}{\tau_1^2} \int_0^{v\tau_1\tau_2} \cos^2 2\pi \left( \frac{t}{\tau_1} - n \right) dt = \frac{a^2 \pi}{\tau_1} \left( 2\pi \lambda_2 + \frac{1}{2} \sin 4\pi \lambda_2 \right).$$

Entwickeln wir nun das Product

$$\cos 2\pi \left( \frac{t}{\tau_1} - n \right) \cos 2\pi \left( \frac{t}{\tau_2} - m \right)$$

so finden wir, wenn wir berücksichtigen, dass hier wieder wegen der ganzen Zahlen  $m$  und  $n$  die Glieder mit den Factoren

$$\sin 2m\pi, \quad \sin 2n\pi$$

herausfallen.

$$\begin{aligned} a^2 \frac{8\pi^2}{\tau_1 \tau_2} \int_0^{v\tau_1\tau_2} \cos 2\pi \left( \frac{t}{\tau_1} - n \right) \cos 2\pi \left( \frac{t}{\tau_2} - m \right) dt \\ = a^2 \frac{8\pi^2}{\tau_1 \tau_2} \int_0^{v\tau_1\tau_2} \sin 2\pi \frac{t}{\tau_1} \sin 2\pi \frac{t}{\tau_2} dt \end{aligned}$$

Setzt man hier

$$\frac{2\pi}{\tau_1} t = \psi$$

folglich

$$\frac{2\pi}{\tau_2} t = \frac{\tau_1}{\tau_2} \psi = c\psi$$

und

$$dt = d\psi \frac{\tau_1}{2\pi}$$

und das Integrale

$$\int \sin 2\pi \frac{t}{\tau_1} \sin 2\pi \frac{t}{\tau_2} dt = \frac{\tau_1}{2\pi} \int \sin \psi \cdot \sin c\psi \cdot d\psi$$

Nun ist

$$\int e^{c\psi\sqrt{-1}} \sin \psi d\psi = \int \cos c\psi \sin \psi d\psi + \sqrt{-1} \int \sin c\psi \cdot \sin \psi \cdot d\psi$$

$$\text{und } \int e^{c\psi\sqrt{-1}} \sin \psi \, d\psi = \frac{1}{c^2+1} (c \sin \psi - \cos \psi) e^{c\psi\sqrt{-1}}$$

folglich wenn man in den zwei letzteren Relationen die imaginären Glieder einander gleich setzt

$$\int \sin c \psi \cdot \sin \psi \cdot d\psi = \frac{1}{c^2+1} (c \sin \psi - \cos \psi) \sin c \psi.$$

Substituirt man nun wieder für  $\psi$  und  $c$  die entsprechenden Werthe, so hat man

$$\int \sin 2\pi \frac{t}{\tau_1} \sin 2\pi \frac{t}{\tau_2} dt = \frac{\tau_1}{2\pi} \cdot \frac{\tau_2^2}{\tau_1^2 + \tau_2^2} \\ \left( \frac{\tau_1}{\tau_2} \sin \frac{2\pi}{\tau_2} t - \cos \frac{2\pi}{\tau_1} t \right) \sin \frac{2\pi}{\tau_2} t$$

und wenn man hier die Grenzen einführt

$$a^2 \frac{8\pi^2}{\tau_1 \tau_2} \int \cos 2\pi \left( \frac{t}{\tau_1} - n \right) \cos 2\pi \left( \frac{t}{\tau_2} - m \right) dt \\ = 4 a^2 \pi \frac{\tau_2}{\tau_1^2 + \tau_2^2} \left( \frac{\tau_1}{\tau_2} \sin 2\pi \lambda_2 - \cos 2\pi \lambda_2 \right) \sin 2\pi \lambda_1$$

Entwickelt man endlich den dritten Theil des Integrals ähnlich wie es mit dem ersten geschah, so erhält man dafür

$$4 \frac{\pi^2 a^2}{\tau_2^2} \int_0^{v\tau_1\tau_2} \cos^2 2\pi \left( \frac{t}{\tau_2} - m \right) dt = \frac{a^2 \pi}{\tau_2} \left( v \pi \lambda_1 + \frac{1}{2} \sin 4 \pi \lambda_1 \right)$$

und es ist somit die Intensität des resultirenden Strahles

$$\int_0^{v\tau_1\tau_2} \left( \frac{dY}{dt} \right)^2 dt = \frac{a^2 \pi}{\tau_1} \left( 2\pi \lambda_2 + \frac{1}{2} \sin 4 \pi \lambda_2 \right) + 4 a^2 \pi \frac{\tau_2}{\tau_1^2 + \tau_2^2} \\ \left( \frac{\tau_1}{\tau_2} \sin 2\pi \lambda_2 - \cos 2\pi \lambda_2 \right) \sin 2\pi \lambda_1 + \frac{a^2 \pi}{\tau_2} \left( 2\pi \lambda_1 + \frac{1}{2} \sin 4 \pi \lambda_1 \right)$$

Da nun offenbar die Einheit immer so gewählt werden kann, dass  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  ganze Zahlen sind (irrationale Wellenlängen schliesst die Natur der Aufgabe aus), so werden in diesem Integrale alle Sinusse der Nulle gleich und es bleibt somit für die Intensität längs der ganzen grossen Periode

$$J = 2a^2\pi^2 \left( \frac{\lambda_2}{\tau_1} + \frac{\lambda_1}{\tau_2} \right) = 2a^2\pi^2 \frac{v\tau_2}{\tau_1} + 2a^2\pi^2 \frac{v\tau_1}{\tau_2}.$$

Nun ist aber, wenn wir die Intensität des componirenden Strahles durch  $i_1$  und  $i_2$  ausdrücken

$$i_1 = \int_0^{\tau_1} \left( \frac{dy_1}{dt} \right)^2 dt = \frac{2\pi^2 a^2}{\tau_1}$$

$$i_2 = \int_0^{\tau_2} \left( \frac{dy_2}{dt} \right)^2 dt \frac{2\pi^2 a^2}{\tau_2}$$

und auf der ganzen Strecke von  $t=0$  bis  $t = v t_1 \tau_2$

$$i_1 = \frac{2\pi a^2}{\tau_1} v \tau_2$$

$$i_2 = \frac{2\pi a^2}{\tau_2} v \tau_1$$

folglich

$$J = i_1 + i_2$$

d. i. die Intensität des resultirenden Strahles ist gleich der Summe der Intensitäten der componirenden; ob-  
schon wir die Amplituden gleich angenommen, dürfen wir aber hier bei verschiedenen farbigen Componenten nicht sagen, gleich dem doppelten der Intensität des einen, denn die Intensität hängt sowohl von der Amplitude als auch von der Wellenlänge ab. Es ist dieser Satz darum merkwürdig, weil bei der Interferenz von zwei homogenen Strahlen von gleicher Phase und Amplitude die Intensität des neuen Strahles das Doppelte der Summe der Intensitäten seiner Componenten wird; die gegenseitigen Verzögerungen, die aus der Ungleichheit der Wellenlängen entspringt, zehren gerade die Hälfte der aufgewendeten Kraft auf, die relative Länge der beiden Wellen sei welche immer.

Um nun die aus der Zusammenwirkung von zwei homogenen Strahlen gleicher Amplitude resultirenden Mischfarben genauer zu charakterisiren und um zugleich für die in den folgenden Abschnitten nothwendigen Vergleichen das nöthige Material herzustellen, sind die Schwingungszustände der verschiedenen Mischfarben berechnet worden, es wurden dabei bloß die Maxima der Ausschläge berücksichtigt, da die Wellenlängen für die ganze Dauer der grossen Periode (mit Ausnahme der Unterbrechung in der Mitte für ungerade Werthe der Summe  $\lambda_1 + \lambda_2$ ) constant bleiben. Während die Punkte keiner Geschwindigkeit (die Knotenpunkte) durch die Phasen

$$2\pi \frac{\lambda'}{\lambda} \quad 2 \cdot 2\pi \frac{\lambda'}{\lambda} \quad 3 \cdot 2\pi \frac{\lambda'}{\lambda} \dots \dots \left( \lambda_1 + \lambda_2 \right) \quad 2\pi \frac{\lambda'}{\lambda}$$

bestimmt werden, entsprechen die Maxima der Resultirenden den Phasen

$$\pi \frac{\lambda'}{\lambda} \quad 3\pi \frac{\lambda'}{\lambda} \quad 5\pi \frac{\lambda'}{\lambda} \dots \dots \left[ 2 \left( \lambda_1 + \lambda_2 \right) - 1 \right] \pi \frac{\lambda'}{\lambda}.$$

## 1. Violett.

Violett-Indigo,  $\lambda_v = 12$ ,  $\lambda_2 = 13$ ,  $\lambda' = 12^\circ 48$ .

Abseissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Violett	des Indigo	
0				
6·24	3·12	95°6	86°4	+ 1·996
12·48	9·36	280·8	259·2	— 1·965
18·72	15·60	108	72	+ 1·902
24·96	21·84	295·2	244·8	— 1·809
31·20	28·08	122·4	57·6	+ 1·689
37·44	34·32	309·6	230·4	— 1·541
43·68	40·56	136·8	43·2	+ 1·369
49·92	46·80	324	216	— 1·175
56·16	53·04	151·2	28·8	+ 0·963
62·40	59·28	338·4	201·6	— 0·736
68·64	65·52	165·6	14·4	+ 0·497
74·88	71·76	352·8	187·2	— 0·251
78	76·44	133·2	316·8	+ 0·036
81·12	79·56	226·8	43·2	— 0·036
87·36	84·24	7·2	172·8	+ 0·251
93·60	90·48	194·4	345·6	— 0·497
99·84	96·72	21·6	158·4	+ 0·735
106·08	102·96	208·8	331·2	— 0·963
112·32	109·20	36	144	+ 1·175
118·56	115·44	223·2	316·8	— 1·369
124·80	121·68	50·4	129·6	+ 1·541
131·04	127·92	237·6	302·4	— 1·688
137·28	134·16	64·8	115·2	+ 1·809
143·52	140·40	252	298	— 1·902
149·76	146·64	79·2	100·8	+ 1·964
156·00	152·88	266·4	273·6	— 1·996

Beginn einer neuen Periode.

Violett-Blau,  $\lambda_v : \lambda' : \lambda_b = 7 : 7·466 : 8$ .

Abseissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Violett	des Blau	
0				
3·733	1·866	96°	84°	+ 1·989
7·466	5·599	288	252	— 1·902
11·199	9·332	120	60	+ 1·732
14·932	13·065	312	228	— 1·486
18·665	16·798	144	36	+ 1·175
22·398	20·531	336	204	— 0·913
26·131	24·264	168	12	+ 0·416
28	27·094	313°50'	136°10'	— 0·029
29·866	28·933	46°10'	—43°50'	+ 0·029
33·599	31·732	192	348	— 0·416
37·332	35·465	24	156	+ 0·913
41·065	39·198	216	324	— 1·175

Abseissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Violett	des Blau	
41·065	42·931	48°	132°	+ 1·486
44·798	46·664	240	300	— 1·732
48·531	50·397	72	108	+ 1·902
52·264	54·130	264	276	— 1·989
56				

Beginn einer neuen Periode.

Violett-Grün,  $\lambda_v : \lambda' : \lambda_{gr} = 7 : 7·875 : 9$ .

Abseissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Violett	des Grün	
0	1·968	101°25	78°75	+ 1·961
3·937	5·905	303·75	236·25	— 1·663
7·875	9·842	146·25	33·75	+ 1·111
11·812	13·780	348·75	191·25	— 0·389
15·750	17·718	191·25	348·75	— 0·389
19·687	21·655	33·75	146·25	+ 1·111
23·623	25·593	236·25	303·75	— 1·663
27·562	29·530	78·75	101·25	+ 1·961
31·5	33·468	281·75	258·75	— 1·961
35·437	37·405	123·75	56·25	+ 1·663
39·375	41·343	326·25	213·75	— 1·111
43·312	45·280	168·75	11·25	+ 0·389
47·250	49·218	11·25	168·75	+ 0·389
51·187	53·155	213·75	326·25	— 1·111
55·125	57·093	56·25	123·75	+ 1·663
59·062	61·030	258·75	281·75	— 1·961
63				

Beginn einer neuen Periode.

Violett-Gelb,  $\lambda_v : \lambda' : \lambda_{ge} = 5 : 5·833 : 7$ .

Abseissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Violett	des Gelb	
0	1·438	105°	75°	+ 1·932
2·916	4·374	315	225	— 1·414
5·833	7·290	165	15	+ 0·518
8·749	10·206	15	165	+ 0·518
11·665	13·123	225	315	— 1·414
14·581	16·039	75	105	+ 1·932
17·5	18·955	285	255	— 1·932
20·416	21·871	135	45	+ 1·414
23·332	24·790	345	195	— 0·518
26·248	27·706	195	345	— 0·518
29·164	30·622	45	135	+ 1·414
32·080	33·538	255	285	— 1·932
35				

Beginn einer neuen Periode.

Violett-Orange,  $\lambda_v : \lambda' : \lambda_o = 2 : 2.4 : 3.$

Abseissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Violett	des Orange	
0	0.6	108°	72°	+ 1.902
1.2	1.8	324	216	- 1.176
2.4	2.7	126	324	+ 0.221
3	3.3	234	36	- 0.221
3.6	4.2	36	324	+ 1.176
4.8	5.4	252	288	- 1.902
6				

Beginn einer neuen Periode.

Violett-Roth,  $\lambda_r : \lambda' : \lambda_v = 8 : 9.9 : 13.$

Abseissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Violett	des Roth	
0				
4.95	2.475	111°438	68°562	+ 1.862
9.9	7.425	334.314	205.686	- 0.866
14.85	12.375	197.190	342.810	- 0.592
19.8	17.325	60.066	119.934	+ 1.732
24.75	22.275	282.942	257.058	- 1.949
29.7	27.225	145.818	34.182	+ 1.123
34.65	32.175	8.694	351.306	+ 0.301
39.6	37.125	231.570	308.430	- 1.567
44.55	42.075	94.446	85.554	+ 1.994
49.5	47.025	317.312	222.688	- 1.355
52	50.738	135.521	314.479	- 0.012
54.475	53.238	224.479	45.521	+ 0.012
59.425	56.950	42.688	137.312	+ 1.355
64.375	61.900	265.554	274.446	- 1.994
69.325	66.850	128.430	51.570	+ 1.567
74.275	71.800	351.306	188.694	- 0.301
79.225	76.750	214.182	325.818	- 1.123
84.175	81.700	77.058	102.942	+ 1.949
89.125	86.650	299.934	240.066	- 1.732
94.075	91.600	342.810	17.190	+ 0.592
99.025	96.550	25.686	334.314	+ 0.866
104	101.500	68.562	291.438	- 1.862

Beginn einer neuen Periode.

## 2. Indigo.

Indigo-Blau,  $\lambda_i : \lambda' : \lambda_b = 13 : 15.48 : 16.$

Abseissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Indigo	des Blau	
0				
7.74	3.87	92°9	87°1	+ 1.997
15.48	11.61	278.7	261.3	- 1.977
23.22	19.35	104.5	75.5	+ 1.936

Abseissen		Phasen		Maximum Aussschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Indigo	des Blau	
23·22	27·09	290°3	249°7	— 1·875
30·96	34·83	116·1	63·9	+ 1·796
38·70	42·57	301·9	238·1	— 1·699
46·44	50·31	127·7	52·3	+ 1·583
54·18	58·05	313·5	226·5	— 1·451
61·92	65·79	139·3	40·7	+ 1·303
69·66	73·53	325·1	214·9	— 1·142
77·40	81·27	151·9	28·1	+ 0·942
85·14	89·01	337·7	202·3	— 0·760
92·88	96·45	163·5	16·5	+ 0·568
100·62	104·19	349·3	190·7	— 0·370
108·36	111·93	175·1	4·9	+ 0·168
116·10	118·03	313·45	136·55	— 0·387
120	121·93	46·55	43·45	+ 0·387
123·87	127·74	184·9	355·1	— 0·168
131·61	135·48	10·7	169·3	+ 0·370
139·35	143·22	196·5	343·5	— 0·568
147·09	150·96	22·3	157·7	+ 0·760
154·83	158·70	208·1	331·9	— 0·942
162·57	166·44	34·9	145·1	+ 1·142
170·31	174·18	220·7	319·3	— 1·303
178·05	181·92	46·5	133·5	+ 1·451
185·79	189·66	232·3	307·7	— 1·583
193·53	197·40	58·1	121·9	+ 1·699
201·27	205·14	243·9	296·1	— 1·796
209·01	212·88	69·7	110·3	+ 1·875
216·75	220·62	255·5	284·5	— 1·936
224·49	228·36	81·3	98·7	+ 1·977
232·23	236·10	267·1	272·9	— 1·997
240				

Beginn einer neuen Periode.

Indigo-Grün,  $\lambda_i : \lambda' : \lambda_{gr} = 5 : 5·45 : 6$ .

Abseissen		Phasen		Maximum Aussschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Indigo	des Grün	
0				
2·725	1·362	98°19	81°81	+ 1·979
5·450	4·087	294·57	145·43	— 1·818
8·175	6·812	138·95	49·05	+ 1·511
10·900	9·537	327·33	212·67	— 1·079
13·625	12·262	163·71	16·29	+ 0·562
15	14·306	311·00	139·00	— 0·098
16·362	15·681	49	41	+ 0·098
19·100	17·724	196·29	343·71	— 0·562
21·825	20·449	32·67	147·33	+ 1·079
24·550	23·174	229·05	310·95	— 1·511
27·275	25·899	65·43	114·57	+ 1·818
30	28·624	261·81	279·19	— 1·979

Beginn einer neuen Periode.

Indigo-Gelb,  $\lambda_i : \lambda' : \lambda_{ge} = 13 : 14.7 : 17.$

Abseissen		Phasen		Maximum Aussschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Indigo	des Gelb	
0	3.68	102°	78°	+ 1.956
7.33	11.03	306	234	- 1.618
14.70	18.38	150	30	+ 1.000
22.05	25.73	354	186	- 0.209
29.40	33.08	198	342	- 0.618
36.75	40.43	42	138	+ 1.338
44.10	47.78	246	294	- 1.827
51.45	55.13	90	90	+ 2.000
58.80	62.48	294	246	- 1.827
66.15	69.83	138	42	+ 1.338
73.50	77.18	342	198	- 0.618
80.85	84.53	186	354	- 0.209
88.20	91.88	30	150	+ 1.000
95.55	99.23	234	306	- 1.618
102.90	106.58	78	102	+ 1.956
110.50	114.18	282	258	- 1.956
117.85	121.53	126	54	+ 1.618
125.20	128.88	330	210	- 1.000
132.55	136.23	174	6	+ 0.209
139.90	143.58	18	162	+ 0.618
147.25	150.93	222	318	- 1.338
154.60	158.28	66	114	+ 1.827
161.95	165.63	270	270	- 2.000
169.30	173.02	114	66	+ 1.827
176.65	180.47	318	222	- 1.338
184.00	187.82	162	18	+ 0.618
191.35	195.27	6	174	+ 0.209
198.70	202.62	240	330	- 1.000
206.05	209.97	54	126	+ 1.618
213.40	217.31	258	282	- 1.956
221				

Beginn einer neuen Periode.

Indigo-Orange,  $\lambda_i : \lambda' : \lambda_o = 13 : 15.097 : 18.$

Abseissen		Phasen		Maximum Aussschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Indigo	des Orange	
0	3.774	104°525	75°475	+ 1.936
7.548	11.322	313.575	126.425	- 1.451
15.097	18.870	162.625	17.375	+ 0.596
22.645	26.418	11.675	168.325	+ 0.404
30.194	33.966	220.725	319.275	- 1.303
37.742	41.514	69.775	110.225	+ 1.876
45.291	49.062	278.825	261.175	- 1.976
52.839	56.610	127.875	32.125	+ 1.583
60.388	64.158	336.925	203.075	- 0.782
67.936	71.706	185.975	354.025	- 0.209
75.485	79.259	35.025	144.975	+ 1.147
83.033				



Abseissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Indigo	des Orange	
83·033	86·807	144°075	295°925	— 1·798
90·382	94·335	93·125	86·875	+ 1·997
98·130	101·903	302·175	137·825	— 1·693
105·679	109·431	153·225	28·775	+ 0·962
113·227	115·114	308·013	141·987	— 0·172
117	118·887	51·987	218·013	+ 0·172
120·774	124·548	208·775	331·225	— 0·962
128·322	132·096	57·825	142·175	+ 1·693
135·870	139·644	93·125	86·875	— 1·997
143·418	147·192	115·925	64·075	+ 1·798
150·966	154·740	324·975	215·025	— 1·147
158·514	162·288	174·025	5·975	+ 0·209
166·062	169·836	23·075	176·925	+ 0·782
173·610	177·384	307·875	232·125	— 1·583
181·158	184·932	81·825	98·825	+ 1·976
188·706	192·480	249·775	290·225	— 1·876
196·254	200·028	40·725	139·275	+ 1·303
203·802	207·576	191·675	348·325	— 0·404
211·350	215·124	342·625	197·375	— 0·596
218·898	222·672	133·575	46·425	+ 1·431
226·446	230·220	284·524	155·475	— 1·936
234				

Beginn einer neuen Periode.

Indigo-Roth,  $\lambda_i : \lambda' : \lambda_r = 2 : 2 \cdot 4 : 3$ .

Abseissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Indigo	des Roth	
0	0·6	108°	72°	+ 1·902
1·2	1·8	324	216	— 1·176
2·4	2·7	126	324	+ 0·221
3	3·3	234	36	— 0·221
3·6	4·2	36	324	+ 1·176
4·8	5·4	252	288	— 1·902
6				

Beginn einer neuen Periode.

3. Blau.

Blau-Grün,  $\lambda_b : \lambda' : \lambda_{gr} = 8 : 8 \cdot 47 : 9$ .

Abseissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Blau	des Grün	
0				
4·235	2·118	95°29	84°71	+ 1·991
8·470	6·353	285·87	254·13	— 1·924
12·705	10·588	116·43	63·57	+ 1·791
16·940	14·823	307·00	233·00	— 1·597

Abseissen		Phasen		Maximum Aussschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Blau	des Grün	
16·940	19·058	137°58	42°42	+ 1·349
21·175	23·293	328·16	211·84	— 1·153
25·410	27·528	158·74	21·26	+ 0·725
29·645	31·763	349·32	190·68	— 0·370
33·880	34·939	132·285	317·715	+ 0·068
36	37·059	227·715	42·285	— 0·068
38·118	40·236	10·68	19·32	+ 0·370
42·353	44·471	201·26	338·74	— 0·725
46·588	48·706	31·84	148·16	+ 1·153
50·823	52·941	222·42	317·58	— 1·349
55·058	57·176	53	127	+ 1·597
59·293	61·411	243·57	296·43	— 1·791
63·528	65·646	74·13	105·87	+ 1·924
67·763	69·881	264·71	275·29	— 1·991
72				

Beginn einer neuen Periode.

$$\text{Blau-Gelb,} = \lambda_b : \lambda' : \lambda_{ge} = 4 : 4\cdot44 : 5.$$

Abseissen		Phasen		Maximum Aussschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Blau	des Gelb	
0	1·111	100°	80°	+ 1·970
2·222	3·333	300	240	— 1·732
4·444	5·555	140	40	+ 1·286
6·666	7·777	340	200	— 0·684
8·888	9·443	340	110	+ 0·597
10	10·555	200	20	— 0·597
11·111	12·222	20	160	+ 0·684
13·333	14·444	220	320	— 1·286
15·555	16·666	60	120	+ 1·732
17·777	18·888	260	280	— 1·970
20				

Beginn einer neuen Periode.

$$\text{Blau-Orange,} \lambda_b : \lambda' : \lambda_o = 16 : 18\cdot162 : 21.$$

Abseissen		Phasen		Maximum Aussschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Blau	des Orange	
0	4·540	101°17	78°83	+ 1·962
9·081	13·621	303·31	236·49	— 1·678
18·162	22·702	145·95	34·05	+ 1·118
27·243	31·783	347·29	192·71	— 0·440
36·324	40·864	189·63	350·37	— 0·336
45·405	49·945	31·97	148·03	+ 1·060
54·486	59·026	234·31	305·69	— 1·625
63·567	68·107	76·65	103·35	+ 1·946
72·648				

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Blau	des Orange	
72·648		261°00	279°	— 1·975°
81·729	77·188	58·66	121·34	+ 1·708
90·810	86·269	215·43	324·57	— 1·159
99·891	95·350	346·91	193·09	— 0·453
108·972	104·431	170·75	9·25	+ 0·323
118·053	113·512	328·41	211·59	— 1·047
127·134	122·593	126·07	53·93	+ 1·618
136·215	131·674	283·73	256·27	— 1·943
145·296	140·755	81·39	98·61	+ 1·978
154·377	149·836	239·05	300·95	— 1·714
163·458	158·917	177·28	357·28	+ 0·952
168	165·728	182·71	2·71	— 0·952
172·540	170·270	59·05	120·95	+ 1·714
181·621	177·080	278·61	261·39	— 1·978
190·702	186·161	103·73	76·27	+ 1·943
199·783	195·242	306·07	233·93	— 1·618
208·864	204·323	148·41	31·59	+ 1·047
217·945	213·404	350·75	189·25	— 0·323
227·026	222·485	166·91	13·09	+ 0·453
236·107	231·566	35·43	144·57	+ 1·159
245·188	240·647	238·66	301·34	— 1·708
254·269	249·728	81	99	+ 1·975
263·350	258·809	256·65	283·35	— 1·946°
272·431	267·890	54·31	125·69	+ 1·625
281·512	276·971	211·97	328·03	— 1·060
290·593	286·052	9·63	170·37	+ 0·336
299·674	295·133	167·29	12·71	+ 0·440
308·755	304·214	325·95	214·05	— 1·118
317·836	313·295	143·51	56·49	+ 1·678
326·917	322·376	281·17	258·83	— 1·962
336	331·457			

Beginn einer neuen Periode.

Blau-Roth,  $\lambda_b : \lambda' : \lambda_r = 16 : 18 \cdot 872 : 23$ .

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Blau	des Roth	
0		106°15	73°85	+ 1·921
9·436	4·718	318·45	221·55	— 1·327
18·872	14·154	170·75	9·25	+ 0·304
28·308	23·590	23·05	156·95	+ 0·785
37·744	33·026	235·35	304·65	— 1·645
47·180	42·462	87·63	92·35	+ 1·998
56·616	51·898	299·95	240·05	— 1·733
66·052	61·334	152·25	27·75	+ 0·931
75·488	70·770	4·55	175·45	+ 0·160
84·924	80·206	216·85	323·15	— 1·199
94·360	89·642	69·15	110·85	+ 1·869
103·796	99·078	281·45	258·55	— 1·961
113·232	108·514			

Abseissen		Phasen		Maximum Aussschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Blau	des Roth	
113·232	117·950	133°75	46°25	+ 1·449
122·668	127·386	346·05	193·95	— 0·482
132·104	136·822	198·35	341·65	— 0·629
141·540	146·258	50·65	129·35	+ 1·547
150·976	155·694	262·95	277·05	— 1·980
160·412	165·130	116·25	64·75	+ 1·809
169·848	174·566	327·55	212·45	— 1·074
179·284	184·543	127·225	322·775	+ 0·191
184	186·359	232·775	37·225	— 0·191
188·718	194·436	32·45	147·55	+ 1·074
198·154	203·872	252·75	296·25	— 1·809
207·590	213·308	97·05	82·95	+ 1·980
217·026	222·744	309·35	230·65	— 1·547
226·462	232·180	161·65	18·35	+ 0·629
235·898	241·616	13·95	166·05	+ 0·482
245·334	251·052	226·25	313·75	— 1·449
254·770	260·488	101·45	78·55	+ 1·961
264·206	269·924	290·85	249·15	— 1·869
273·642	279·360	143·15	36·85	+ 1·200
283·078	288·796	355·45	184·55	— 0·159
292·514	298·232	207·75	332·25	— 0·931
301·950	307·668	119·95	60·05	+ 1·733
311·386	317·104	272·35	267·65	— 1·998
320·822	326·540	124·65	55·35	+ 1·645
330·258	335·976	336·95	203·05	— 0·785
339·694	345·412	189·25	350·75	— 0·304
349·130	354·848	41·55	138·45	+ 1·327
358·566	364·284	253·85	286·15	— 1·921
368				

Beginn einer neuen Periode.

#### 4. Grün.

Grün-Gelb,  $\lambda_{gr} : \lambda' : \lambda_{ge} = 9 : 9·474 : 10$ .

Abseissen		Phasen		Maximum Aussschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Grün	des Gelb	
0	2·368	94°737	85°263	+ 1·993
4·737	7·103	284·201	255·799	— 1·939
9·474	11·842	113·665	66·335	+ 1·832
14·211	16·579	303·129	236·871	— 1·675
18·948	21·316	132·593	47·407	+ 1·473
23·685	26·053	322·100	217·900	— 1·230
28·422	30·790	151·608	28·392	+ 0·950
33·159	35·527	341·072	198·928	— 0·648
37·896	40·264	170·536	9·464	+ 0·329
42·633	43·847	307·37	142·63	— 0·188
45	46·484	52·63	217·37	+ 0·188
47·368	49·736	189·464	350·336	— 0·329
52·105				

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Grün	des Gelb	
52·105	54·473	18°928	161°072	+ 0·648
56·842	59·210	208·392	331·608	- 0·950
61·579	63·947	37 900	217·900	+ 1·230
66·316	68·684	227·407	312·593	- 1·473
71·053	73·421	56·871	123 129	+ 1·675
75·790	78·158	246·335	293·665	- 1·832
80·527	82·895	75·799	104·201	+ 1·939
85·264	87·632	263·263	274·737	- 1·993
90				

Beginn einer neuen Periode.

Grün-Orange,  $\lambda_{gr} : \lambda' : \lambda_o = 6 : 6·462 : 7.$

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Grün	des Orange	
0				
3·231	1·615	96°923	83°077	+ 1·985
6·462	4·846	290·770	249·230	- 1·870
9·663	8·077	124·615	55·385	+ 1·745
12·924	11·308	328·461	221·539	- 1·327
16·155	14·539	152·307	27·693	+ 0·928
19·386	17·770	346·153	193·847	- 0·478
21	20·193	132·530	317·470	+ 0·061
22·615	21·807	227·470	42·530	- 0·061
25·846	24·230	13·843	166·153	+ 0·478
29·077	27·461	207·693	332·307	- 0·928
32·308	30·692	41·539	138·461	+ 1·327
35·539	33·923	235·385	304·615	- 1·745
38·770	37·154	69·230	110·770	+ 1·870
42	40·385	263·077	276·923	- 1·985

Beginn einer neuen Periode.

Grün-Roth,  $\lambda_{gr} : \lambda' : \lambda_r = 18 : 20·195 : 23.$

Abscissen		Phasen		Maximum Ausschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Grün	des Roth	
0				
10·097	5·048	100°978	79°022	+ 1·963
20·194	15·145	302·934	237·066	- 1·678
30·291	25·242	144·890	35·110	+ 1·152
40·388	35·359	346·846	193·154	- 0·455
50·485	45·436	188·802	351·198	- 0·307
60·582	55·533	30·758	149·222	+ 1·023
70·679	65·630	232·714	307·286	- 1·591
80·776	75·727	74·670	105·330	+ 1·929
90·873	85·824	276·626	263·374	- 1·986°
100·970	95·921	118·582	61·418	+ 1·756

Abseissen		Phasen		Maximum Aussschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Grün	des Roth	
100·970	106·018	320°538	219°462	— 1·311
111·067	116·115	162·494	17·506	+ 0·601
121·164	126·212	4·450	173·550	+ 0·154
131·261	136·309	206·406	333·594	— 0·889
141·358	146·406	48·362	131·638	+ 1·494
151·455	156·503	250·318	289·682	— 1·883
161·552	166·600	112·274	87·726	+ 1·998
171·649	176·697	294·230	245·770	— 1·823
181·746	186·794	136·186	43·814	+ 1·385
191·843	196·891	338·142	201·858	— 0·744
201·940	204·464	130·390	319·610	+ 0·115
207	209·524	229·610	40·390	— 0·115
212·048	217·096	21·858	158·142	+ 0·744
222·145	227·193	223·814	316·186	— 1·385
232·242	237·290	65·770	114·220	+ 1·823
242·339	247·387	272·274	267·726	— 1·998
252·436	257·484	109·682	70·318	+ 1·883
262·533	267·581	311·638	228·362	— 1·494
272·630	277·678	153·594	26·406	+ 0·889
282·727	287·775	355·550	184·450	— 0·154
292·824	297·872	197·506	342·494	— 0·601
302·921	307·969	39·462	140·538	+ 1·311
313·018	318·066	241·418	298·582	— 1·756
323·115	328·163	96·626	83·374	+ 1·986
333·212	338·260	285·330	254·670	— 1·929*
343·309	348·357	127·286	52·714	+ 1·591
353·406	358·454	329·242	210·758	— 1·023
363·503	368·551	171·198	8·802	+ 0·307
373·600	378·648	13·154	165·846	+ 0·455
383·697	388·745	215·110	324·890	— 1·152
393·794	398·842	57·066	122·934	+ 1·678
403·891	408·939	259·022	280·978	— 1·963
414				

Beginn einer neuen Periode.

### 5. Gelb.

Gelb-Orange,  $\lambda_{ge} : \lambda' : \lambda_o = 14 : 14.483 : 15.$

Abseissen		Phasen		Maximum Aussschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Gelb	des Orange	
0	3·621	93°104	86°896	+ 1·997
7·241	10·862	279·312	260·688	— 1·974
14·483	18·103	103·520	74·480	+ 1·927
21·724	25·344	291·728	248·272	— 1·857
28·965	32·585	117·936	62·064	+ 1·767
36·206	39·826	304·144	235·856	— 1·655
43·449	47·067	130·352	49·648	+ 1·524
50·690	54·308	316·560	223·440	— 1·390
57·932				

A b s c i s s e n		P h a s e n		Maximum Aussschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Gelb	des Orange	
57·932		142°768	37°232	+ 1·310
65·173	61·549	328·976	211·024	— 1·031
72·414	68·794	155·168	24·832	+ 0·840
79·655	76·035	341·376	198·624	— 0·740
86·898	83·276	167·584	12·416	+ 0·530
94·139	90·517	353·792	186·208	— 0·217
101·381	97·760	126·536	323·464	+ 0·207
105	103·191	233·464	36·536	— 0·207
108·620	106·810	6·208	173·792	+ 0·217
115·861	112·241	192·416	347·584	— 0·530
123·402	119·482	18·624	161·376	+ 0·740
130·343	126·723	204·832	335·168	— 0·840
137·584	133·964	31·024	148·976	+ 1·031
144·825	141·205	217·232	322·768	— 1·310
152·066	148·446	43·440	136·560	+ 1·390
159·307	155·687	229·648	310·352	— 1·524
166·548	162·928	55·856	124·144	+ 1·655
173·789	170·169	242·064	297·936	— 1·767
181·030	177·410	68·272	111·728	+ 1·857
188·271	184·651	254·480	285·520	— 1·927
195·512	191·892	80·688	99·312	+ 1·974
202·753	199·133	266·896	273·104	— 1·997
210	206·374			

Beginn einer neuen Periode.

Gelb-Roth,  $\lambda_{ge} : \lambda' : \lambda_r = 7 : 7·466 : 8.$

A b s c i s s e n		P h a s e n		Maximum Aussschläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Gelb	des Roth	
0		96°	84°	+ 1·989
3·733	1·866	288	252	— 1·902
7·466	5·599	120	60	+ 1·732
11·199	9·332	312	228	— 1·486
14·932	13·065	144	36	+ 1·175
18·665	16·798	336	204	— 0·913
22·398	20·531	168	12	+ 0·416
26·131	24·264	313°50'	136°10'	— 0·029
28	27·094	46°10'	43°50'	+ 0·029
29·866	28·933	192	348	— 0·416
33·599	31·732	24	156	+ 0·913
37·332	35·465	216	324	— 1·175
41·065	39·198	48	132	+ 1·486
44·798	42·931	240	300	— 1·732
48·531	46·661	72	108	+ 1·902
52·264	50·397	264	276	— 1·989
56	54·130			

Beginn einer neuen Periode.

## 6. Orange.

Orange-Roth,  $\lambda_o : \lambda' : \lambda_r = 12 : 12.48 : 13.$ 

Abscissen		Phasen		Maximum Aus schläge
der Knotenpunkte	der Maxima	des Orange	des Roth	
0				
6.24	3.12	95°6	86°4	+ 1.996
12.48	9.36	280.8	259.2	— 1.965
18.72	15.60	108	7.2	+ 1.902
24.96	21.84	293.2	244.8	— 1.809
31.20	28.08	122.4	57.6	+ 1.689
37.44	34.32	309.6	230.4	— 1.541
43.68	40.56	136.8	43.2	+ 1.369
49.92	46.80	324	216	— 1.175
56.62	53.04	151.2	28.8	+ 0.963
62.40	59.28	338.4	201.6	— 0.736
68.64	65.52	163.6	14.4	+ 0.497
74.88	71.76	352.8	187.2	— 0.251
78	76.44	133.2	316.8	+ 0.036
81.12	79.56	226.8	43.2	— 0.036
87.36	84.24	7.2	172.8	+ 0.251
93.60	90.48	194.4	345.6	— 0.497
99.84	96.72	21.6	158.4	+ 0.735
106.08	102.96	208.8	331.2	— 0.963
112.32	109.20	36	144	+ 1.175
118.56	115.44	223.2	316.8	— 1.369
124.80	121.68	50.4	129.6	+ 1.541
131.04	127.92	237.6	302.4	— 1.688
137.28	134.16	64.8	115.2	+ 1.809
143.52	140.40	252	298	— 1.902
149.76	146.64	79.2	100.8	+ 1.964
156.00	152.88	266.4	273.6	— 1.996

Beginn einer neuen Periode.

Die Discussion dieser Rechnungsdaten findet sich im fünften Abschnitte; hier soll nur angeführt werden was sich auf die Curven selbst bezieht ohne Rücksicht auf den Farbenton den sie repräsentiren.

Die Länge einer grossen Periode ist gleich dem Producte aus den einfachsten Verhältnisszahlen der Wellenlängen der einzelnen Componenten.

Die grosse Periode besteht aus 2 symmetrischen sowohl in der Richtung nach vorwärts, als auch in der nach aufwärts verkehrt gebau- ten Hälften.

Unter den Krümmungen der Resultirenden lassen sich 2 deutlich verschiedene Ausbiegungen unterscheiden: solche, die denen der Sinuslinie ähnlich sind (Violett-Indigo, Violett-Blau, — Indigo-Blau, Indigo-Grün, — Blau-Grün, Blau-Gelb, — Grün-Gelb, Grün-



Orange, — Gelb-Orange, Gelb-Roth, — Orange-Roth bestehen in jeder Hälfte der grossen Periode ganz aus diesen), und solche, die einer Sinuslinie von doppelter Wellenlänge mit eingebogener Mitte gleichen (Violett-Grün, Violett-Gelb, Violett-Roth — Indigo-Gelb, Indigo-Orange, Blau-Orange, Blau-Roth — Grün-Roth) und endlich aus solchen, wo die eine Hälfte wie die Sinuslinie gebaut ist, während die andere eine schlangenförmige Einbiegung trägt, wie dies überall in der Mitte derjenigen grossen Perioden sichtbar ist, die aus Componenten entstehen, bei denen die Summe der einfachsten Wellenlängenverhältnisszahlen ungerade Zahlen sind. Man sieht deutlich, dass aus den beiden letzten Ausbiegungen endlich eine neue Welle von längerer Schwingungsdauer entstehen muss. Vergleiche §. 5 und §. 6 des 5. Abschnittes.

Aus den Krümmungen der Resultirenden können die Längenverhältnisse ihrer Componenten gelesen werden. Es verhalten sich nämlich die Längen der beiden Componenten wie die Anzahl aller Scheitelpunkte der Resultirenden, zur Anzahl ihrer Hauptwellen. In den Tafeln sind, um dies verständlicher zu machen, die Hauptwellen mit  $a$  die untergeordneten Krümmungen mit  $b$  bezeichnet; man findet

$$\lambda_1 : \lambda_2 = S(a) : S(a) + S(b)$$

Grössere periodische Abschnitte innerhalb derselben Periode, wie sie beim Violett-Grün, Violett-Gelb, Indigo-Grün vorkommen sind im Texte durch Klammern, in der Zeichnung durch Sterne bezeichnet.

### DRITTER ABSCHNITT.

#### Intensität.

Fraunhofer <sup>65)</sup> hat Messungen angestellt über die Intensität der einzelnen Partien des Sonnenspectrums; er bediente sich dazu eines Fernrohres dessen halbes Gesichtsfeld durch einen Spiegel gedeckt war, der unter  $45^\circ$  gegen die Instrumental-Axe geneigt stand und das Licht einer Lampe reflectirte, welche näher oder weiter gerückt werden konnte; während durch die andere Hälfte des Gesichtsfeldes derjenige Theil des Spectrums eintrat, dessen Intensität zu messen war. Es ist allerdings etwas Missliches um die Bestimmung der Lichtstärken verschiedener Farben auf diesem Wege; Fraunhofer suchte dadurch ein Mass für die Gleichheit der Intensitäten im Spiegel und Prisma zu gewinnen, dass er die Lampe so

lange verschob bis die scharfe Kante des Spiegels die beiden Lichtfelder möglichst wenig deutlich schied. Auf diese Weise wurden im Mittel aus 4 Beobachtungen folgende Intensitäten bestimmt:

	Strahl.	Intensität.	Wellenlänge.
	<i>H</i>	= 0·0056	396·3
	<i>G</i>	= 0·031	429·6
	<i>F</i>	= 0·17	485·6
	<i>E</i>	= 0·48	526·5
Maximum zwischen <i>E</i> und <i>D</i>	= 1·		570·7
	<i>D</i>	= 0·64	588·8
	<i>C</i>	= 0·094	655·6
	<i>B</i>	= 0·032	687·8

Diese Zahlen sind Ausdruck einer rein physiologischen Thatsache; um sie für theoretische Untersuchungen brauchbar zu machen, musste auf den Zusammenhang zurückgegangen werden, der der Theorie nach zwischen der Intensitäten der verschiedenen Farben statt findet. Das Integrale, von dem angenommen wird, dass es dem, was Lichtintensität genannt wird, nahezu oder wirklich äquivalent sei, ist

$$\int_0^{\tau} \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 dt = 2\pi^2 \cdot \frac{a^2}{\tau}$$

und es werden sonach die Intensitäten der verschiedenen Farben des Spectrums durch die Proportion

$$\frac{i_h}{\tau_h} : \frac{i_g}{\tau_g} : \frac{i_f}{\tau_f} : \frac{i_e}{\tau_e} : \frac{i_{max}}{\tau_{max}} : \frac{i_d}{\tau_d} : \frac{i_c}{\tau_c} : \frac{i_b}{\tau_b} =$$

oder (wenn man den ganzen zweiten Theil durch  $v$  dividirt) durch

$$= \frac{i_h}{\lambda_h} : \frac{i_g}{\lambda_g} : \frac{i_f}{\lambda_f} : \frac{i_e}{\lambda_e} : \frac{i_{max}}{\lambda_{max}} : \frac{i_d}{\lambda_d} : \frac{i_c}{\lambda_c} : \frac{i_b}{\lambda_b}$$

gegeben sein. Auf diese Weise dargestellt wird das graphische Bild der Intensitäten etwas anders auffallen als es Fraunhofer gegeben hat. Trägt man nämlich in einem rechtwinkligen Coordinatensysteme die Wellenlängen auf die Abscissenaxe auf, errichtet in den betreffenden Punkten Ordinaten von der Länge der diesen Wellenlängen

entsprechenden Amplituden, so stellen die in den Endpunkten dieser Ordinaten errichteten Senkrechten die Intensitäten vor, deren Gesamtheit demnach einen Ausschnitt einer cylindrischen Oberfläche ausmacht, dessen Flächeninhalt die Intensität des weissen Lichtes ist. Denn man muss der Theorie gemäss die Intensitäten der einzelnen Componenten eines zusammengesetzten Strahles, sobald dieselben von verschiedener Wellenlänge sind, addiren um die Intensität des Gesamtstrahles zu erhalten. Sind nämlich

$$a_1 \sin 2\pi \left( \frac{t}{\tau_1} - c_1 \right)$$

$$a_2 \sin 2\pi \left( \frac{t}{\tau_2} - c_2 \right)$$

$$a_n \sin 2\pi \left( \frac{t}{\tau_n} - c_n \right)$$

die einzelnen Componenten (wo der Anfangspunkt der Coord. immer so gewählt und die Einheit der Längen so angenommen werden kann, dass  $c_1, c_2 \dots c_n$  ganze Zahlen sind), so ist nach dem Principe der Coexistenz der kleinsten Bewegungen oder hier eigentlich nach dem Satze der Wirkung paralleler Kräfte

$$Y = a_1 \sin 2\pi \left( \frac{t}{\tau_1} - c_1 \right) + a_2 \sin 2\pi \left( \frac{t}{\tau_2} - c_2 \right) + \dots + a_n \sin 2\pi \left( \frac{t}{\tau_n} - c_n \right)$$

der Schwingungszustand des neuen Strahles, und seine Intensität

$$\int_0^{v^{n-1} \tau_1 \tau_2 \tau_3 \dots \tau_n} \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 dt = 4\pi^2 \int_0^{v^{n-1} \tau_1 \tau_2 \tau_3 \dots \tau_n} \left[ \frac{a_1^2}{\tau_1^2} \cos^2 2\pi \left( \frac{t}{\tau_1} - c_1 \right) + \frac{a_2^2}{\tau_2^2} \cos^2 2\pi \left( \frac{t}{\tau_2} - c_2 \right) + \frac{a_n^2}{\tau_n^2} \cos^2 2\pi \left( \frac{t}{\tau_n} - c_n \right) \right] dt$$

oder da hier wieder

$$\sin 2\pi c = 0$$

$$\cos 2\pi c = 1$$

die Gesamtintensität

$$J = 4\pi^2 \int_0^{v^{n-1} \tau_1 \tau_2 \tau_3 \dots \tau_n} \left[ \frac{a_1^2}{\tau_1^2} \cos^2 2\pi \frac{t}{\tau_1} + \frac{a_2^2}{\tau_2^2} \cos^2 2\pi \frac{t}{\tau_2} + \dots + \frac{a_n^2}{\tau_n^2} \cos^2 2\pi \frac{t}{\tau_n} \right] dt$$

woraus folgt, wenn wir

$$2\pi \frac{t}{\tau} = \psi$$

setzen

$$J = 2\pi^2 \left[ \int_0^{\frac{2\pi}{\tau_1} \lambda_2 \lambda_3 \dots \lambda_n} \frac{a_1^2}{\tau_1} \cos^2 \psi_1 d\psi_1 + \int_0^{\frac{2\pi}{\tau_2} \lambda_1 \lambda_3 \dots \lambda_n} \frac{a_2^2}{\tau_2} \cos^2 \psi_2 d\psi_2 + \dots \right. \\ \left. + \int_0^{\frac{2\pi}{\tau_n} \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{n-1}} \frac{a_n^2}{\tau_n} \cos^2 \psi_n d\psi_n \right]$$

d. i.

$$J = 2\pi^2 \left[ \frac{a_1^2}{\tau_1} \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4 \dots \lambda_n + \frac{a_2^2}{\tau_2} \lambda_1 \lambda_3 \lambda_4 \dots \lambda_n \dots + \frac{a_n^2}{\tau_n} \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \dots \lambda_{n-1} \right]$$

das heisst, auf der Strecke einer grossen Periode, deren Länge hier gleich ist dem Producte sämmtlicher Wellenlängen (oder dem kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen derselben) entwickelt sich in dem resultirenden Strahle genau so viel Intensität als die Summe der Intensitäten der einzelnen Strahlen auf diesen Strecken beträgt; und auf eine beliebige Einheit der Bahn bezogen, leitet man hieraus das allgemeine Gesetz ab:

Die Intensität eines aus verschiedenen Farben bestehenden weissen oder farbigen Strahles ist gleich der Summe der Intensitäten der einzelnen Strahlen. Es ist daher naturgemäss (insoweit das Princip der lebendigen Kräfte hier naturgemäss ist<sup>69</sup>), die Intensität des weissen Sonnenlichtes der Summe der Intensitäten der prismatischen Farbe gleich zu setzen.

Um nach den oben entwickelten Sätzen die Amplitude an den einzelnen Theilen des Spectrums zu ermitteln, setzen wir die Amplitude des leuchtendsten Theiles im Gelb der Einheit gleich und haben dann für irgend eine Wellenlänge  $\lambda_n$  die Amplitude

$$a_n = \frac{i_n \cdot \lambda_n}{370}$$

wo  $i_n$  die zugehörige Intensität aus der Fraunhofer'schen Tafel ist; d. i.

$$\lg a_n = \lg i_n + \lg \lambda_n - \lg 370$$

woraus folgende Tafel berechnet wurde.

I. Tafel der Amplituden der den Fraunhofer'schen Linien entsprechenden Farben.

Strahlen	Wellenlänge	Intensität	Amplituden	Quadrat der Amplituden
<i>H</i>	396·3	0·0056	0·0624	0·0039
<i>G</i>	429·6	0·031	0·1328	0·0234
<i>F</i>	485·6	0·17	0·3811	0·1448
<i>E</i>	526·5	0·48	0·6638	0·4434
Maximum	570	1	1	1
<i>D</i>	588·8	0·64	0·8131	0·6612
<i>C</i>	635·6	0·094	0·3288	0·1081
<i>B</i>	687·8	0·032	0·1965	0·0386

Nach dieser Tafel kann man näherungsweise die Curve bestimmen, welche die Amplituden der verschiedenen Wellenlänge in der Ebene der XY begrenzen: da diese Gleichung aber nur zur Integration der Intensität des ganzen Spectrums dienen soll und diese Integration ebenso gut stückweise als im Ganzen ausgeführt werden kann, so wird man die Arbeit immerhin dadurch vereinfachen dürfen, dass man nur durch je 3 Punkte einen Curvenzweig legt. Nach der Methode der unbestimmten Coëfficienten hat man dann zwischen Wellenlänge und Amplitude die Gleichung

$$y = A + Bx + Cx^2$$

und es sind die Constanten zu bestimmen, wenn man für  $x$  und  $y$  die entsprechenden Wellenlängen und Amplituden substituirt; da man aber die Curve so verschieben kann, dass der Anfangspunkt derselben mit dem Anfangspunkte der Coordinate zusammenfällt, so hat man, unter

$$x_1 = \lambda_1 \quad y_1 = a_1$$

$$x_2 = \lambda_2 \quad y_2 = a_2$$

$$x_3 = \lambda_3 \quad y_3 = a_3$$

die ursprünglichen Coordinaten verstanden, das neue System von Coordinaten

$$x_1 = \lambda_1 - \lambda_1 = 0 \quad y_1 = a_1 - a_1 = 0$$

$$x_2 = \lambda_2 - \lambda_1 = \lambda' \quad y_2 = a_2 - a_1 = a'$$

$$x_3 = \lambda_3 - \lambda_1 = \lambda'' \quad y_3 = a_3 - a_1 = a''$$

woraus dann folgende Bestimmungsgleichungen erhalten werden,

$$0 = A + B \cdot 0 + C \cdot 0$$

$$a' = A + B\lambda' + C\lambda'^2$$

$$a'' = A + B\lambda'' + C\lambda''^2$$

aus welchen sich ergibt

$$A = 0$$

$$B = \frac{a' \lambda''^2 - a'' \lambda'^2}{\lambda' \lambda''^2 - \lambda'' \lambda'^2}$$

$$C = \frac{a' \lambda'' - a'' \lambda'}{\lambda'^2 \lambda'' - \lambda''^2 \lambda'}$$

was in die obige allgemeine Gleichung substituirt

$$y = \frac{a' \lambda''^2 - a'' \lambda'^2}{\lambda' \lambda''^2 - \lambda'' \lambda'^2} x - \frac{a' \lambda'' - a'' \lambda'}{\lambda' \lambda''^2 - \lambda'' \lambda'^2} x^2$$

als Näherungsgleichung der Curve gibt, die durch die 3 Punkte  $(\lambda_1 a_1)$ ,  $(\lambda_2 a_2)$ ,  $(\lambda_3 a_3)$  gelegt werden soll. Auf diese Weise sind die Constante in den folgenden Gleichungen bestimmt

$$\text{Curve HGF} \equiv y = 0.0022 x + 0.000015 x^2$$

$$,, \text{ FEm} \equiv y = 0.0061 x + 0.000014 x^2$$

$$,, \text{ mDC} \equiv y = -0.0105 x + 0.000030 x^2$$

$$,, \text{ DCB} \equiv y = -0.0094 x + 0.000032 x^2$$

Mit Hilfe dieser Interpolationsgleichungen ist die folgende Tafel gerechnet, welche die Intensitäten und Amplituden für verschiedene im folgenden wichtige Punkte des Spectrums angibt.

II. Tafel der Amplituden und Intensitäten.

Strahlen	Wellenlänge	Amplituden	Quadrate der Amplituden	Intensität
Äusserstes Violet	379.8	0.030	0.0009	0.0014
<i>H</i> . . . . .	396.3	0.062	0.0039	0.0056
Mittleres Violet . . . .	400.0	0.070	0.0050	0.0071
Violet-Indigo . . . . .	420.1	0.123	0.0152	0.0207
<i>G</i> . . . . .	429.6	0.152	0.0234	0.0307
Mittleres Indigo . . . .	433.0	0.163	0.0266	0.0350
Indigo-Blau . . . . .	446.2	0.209	0.0438	0.0559
Mittleres Blau . . . . .	460.0	0.263	0.0693	0.0858
<i>F</i> . . . . .	485.6	0.381	0.1488	0.1748
Blau-Grün . . . . .	486.4	0.486	0.2361	0.2788
Mittleres Grün . . . . .	512.0	0.552	0.3044	0.3390
<i>E</i> . . . . .	526.5	0.665	0.4434	0.4800
Grün-Gelb . . . . .	537.7	0.737	0.5431	0.5754
Mittleres Gelb . . . . .	563.0	0.937	0.8779	0.8888
Maximum . . . . .	570.0	1.000	1.0000	1.0000
Gelb-Orange . . . . .	588.6	0.813	0.6612	0.6513
Mittleres Orange . . . .	605.0	0.668	0.4464	0.4205
Orange-Roth . . . . .	622.0	0.535	0.2863	0.2624
<i>C</i> . . . . .	655.6	0.320	0.1081	0.0939
<i>B</i> . . . . .	687.8	0.196	0.0386	0.0320
Äusserstes Roth . . . .	688.1			

Die Gesammtheit der Lichtintensität, sowohl weisser als farbiger Lichter wird daher dargestellt durch eine krumme Fläche, deren Gleichung

$$z = 2\pi^2 \frac{y^2}{x}$$

ist, wo die Abscisse die Wellenlänge, die Ordinate die Amplitude, die dritte Coordinate die Intensität darstellt. Ist das Licht homogen, d. i. wird in der Gleichung  $x$  constant, so ist die Intensität dem Quadrate der Amplitude proportional; nimmt man aber blos Strahlen gleicher Amplitude aber von verschiedenen Farben, so sind die zugehörigen Intensitäten den reciproken Werthen der Wellenlänge proportionirt. Es wäre daher falsch, wenn man annehmen wollte, dass der Berechnung des zweiten Abschnittes Strahlen gleicher Intensität zu Grunde gelegt wurden; die Intensitäten derselben verhalten sich vielmehr wie

$$i_v : i_i : i_b : i_{gr} : i_{ge} : i_o : i_r = 250 : 231 : 217 : 195 : 177 : 165 : 153$$

was bereits zum Theil über die Abweichung der berechneten Farbensnuancen von den beobachteten Aufschluss gibt, ohne jedoch zur Erklärung derselben noch auszureichen.

Um die Intensität des weissen oder irgend eines durch Mischung homogener Strahlen entstandenen gefärbten Lichtes im Verhältniss zur Intensität eines Bestandtheiles des Spectrums zu erfahren, wird man diejenige Oberfläche aufsuchen müssen, welche durch die Intensität der einzelnen Strahlen gebildet wird. Die componirenden Strahlen können im Allgemeinen von der verschiedensten Intensität sein; für die Rechnung muss nur vorausgesetzt werden, dass das Verhältniss der Wellenlängen zu den Amplituden oder zu den Intensitäten der einzelnen homogenen Bestandtheile der Mischung durch die Erfahrung gegeben sei. Bei absorbirenden Mitteln ist ausserdem noch das Gesetz zu erforschen, nach welchem die Amplituden der durchgelassenen Strahlen verschiedener Wellenlänge bei zunehmender Dicke der Substanz abnehmen; es wird daher allgemein

$$y = f(x, d)$$

sein, was für die Intensität die Gleichung

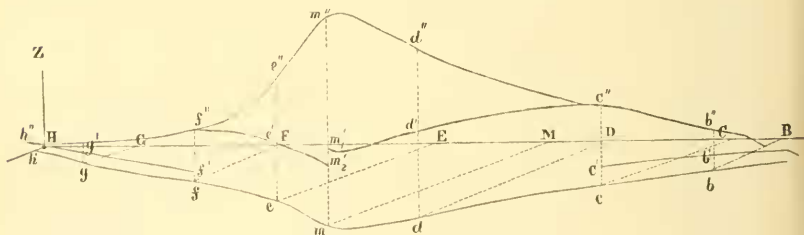
$$z = 2\pi^2 \frac{[f(x, d)]^2}{x} = \pi^2 \cdot \frac{[\varphi(x, d)]^2 y^2}{x}$$

gibt, wenn  $d$  die Dicke der Substanz,  $\varphi(x, d)$  den Absorptions-Coëfficienten darstellt. Die Intensität des ganzen Gemenges ist dann

$$J = \int z ds$$

wo  $ds = dx \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$ . Die Grenzen werden bestimmt nach den Wellenlängen, für welche das Licht noch durchgelassen wird. Wollen wir die Lichtstärke des Sonnenlichtes aus den Fraunhofer'schen Messungen berechnen (eigentlich die Stärke desjenigen Theiles des Sonnenlichtes, der nach der Absorption durch ein reines Flintglasprisma übrig blieb; denn verlässt der Strahl eine Flintglasplatte ungefärbt, so wird er doch geschwächt, und zwar mehr als es durch die blosse Berechnung und Reflexion erklärt werden kann; wie es überhaupt strenge genommen, kein nicht absorbirendes Mittel geben kann, es sei denn der blos äthererfüllte Himmelsraum) so werden wir uns der obigen Interpolations-Gleichungen bedienen um die Integration möglichst zu vereinfachen. Die Intensität des gesammten Spectrums besteht dann aus folgenden Theilen

$$h'' h f f' = i_h \int_0^{\lambda - \lambda_h} \sqrt{1 + (B_1 + 2 C_1 x)^2} dx$$



$$+ h'' f' f'' = 2\pi^2 \int_0^{\lambda_g - \lambda_h} \frac{(B_1 x + C_1 x^2)^2}{x} \sqrt{1 + (B_1 + 2 C_1 x)^2} dx$$

$$+ f f' m m' = i_f \int_0^{\lambda_m - \lambda_f} \sqrt{1 + (B_2 + 2 C_2 x)^2} dx$$

$$+ f'' m' m'' = 2\pi^2 \int_0^{\lambda_m - \lambda_f} \frac{(B_2 x + C_2 x^2)^2}{x} \sqrt{1 + (B_2 + 2 C_2 x)^2} dx$$



$$+ m' m' c'' = i_c \int_0^{\lambda_c - \lambda_m} \sqrt{1 + (B_3 + 2 C_3 x)^2} dx$$

$$+ m'' m' c'' = 2\pi^2 \int_0^{\lambda_c - \lambda_m} \left(\frac{B_3 x + C_3 x^2}{x}\right)^2 \sqrt{1 + (B_3 + 2 C_3 x)^2} dx$$

$$+ c' c' a'' = i_a \int_0^{\lambda_a - \lambda_c} \sqrt{1 + (B_4 + 2 C_4 x)^2} dx$$

$$+ c'' c' a'' = 2\pi^2 \int_0^{\lambda_a - \lambda_c} \left(\frac{B_4 x + C_4 x^2}{x}\right)^2 \sqrt{1 + (B_4 + 2 C_4 x)^2} dx$$

Die Rechnung wird bedeutend vereinfacht, wenn man bedenkt, dass die Coefficienten  $C$  durchaus so klein sind, dass die Quadrate derselben ohne weiteres bei dem geringen Grade der Genauigkeit der durch die schwankenden Fraunhofer'schen Messungen der ganzen Berechnung zu Grunde liegt, vernachlässigt werden können. Man hat alsdann

$$\sqrt{1 + (B + 2 Cx)^2} = \sqrt{1 + B^2} + \sqrt{\frac{2BC}{1+B^2}} x$$

und

$$\left(\frac{Bx + Cx^2}{x}\right)^2 = Bx + 2BCx^2$$

folglich

$$hh'' f' f'' = \int_0^{\lambda_f - \lambda_h} \left[ i_h \sqrt{1 + B_1^2} dx + 2 i_h \frac{B_1 C_1 x}{\sqrt{1 + B_1^2}} dx \right.$$

$$\left. + 2\pi^2 B \sqrt{1 + B^2} + 4\pi^2 B_1 C_1 \left( \frac{B_1}{\sqrt{1 + B_1^2}} + \sqrt{1 + B^2} \right) x^2 dx \right]$$

d. i.

$$hh'' f' f'' = i_h (\lambda_f - \lambda_h) \sqrt{1 + B_1^2} + \left( \frac{i_h B_1 C_1}{\sqrt{1 + B_1^2}} \right.$$

$$\left. + \pi^2 B_1 \sqrt{1 + B_1^2} \right) (\lambda_f - \lambda_h)^2 + \frac{4\pi^2}{3} \left[ \frac{B_1^2 C_1}{\sqrt{1 + B_1^2}} \right.$$

$$\left. + B_1 \left( \sqrt{1 + B_1^2} \right) \right] (\lambda_f - \lambda_h)^3$$

und die Intensität des Gesamtspectrums:

$$\begin{aligned}
 J = & i_h (\lambda_f - \lambda_h) \sqrt{1 + B_1^2} + B_1 \frac{C_1 i_h + \pi^2 (1 + B_1^2)}{\sqrt{1 + B_1^2}} (\lambda_f - \lambda_h)^2 \\
 & + \frac{4}{3} \pi^2 B_1 C_1 \frac{1 + B_1 + B_1^2}{\sqrt{1 + B_1^2}} (\lambda_f - \lambda_h)^3 \\
 & + i_f (\lambda_m - \lambda_f) \sqrt{1 + B_2^2} + B_2 \frac{C_2 i_f + \pi^2 (1 + B_2^2)}{\sqrt{1 + B_2^2}} (\lambda_m - \lambda_f)^2 \\
 & + \frac{4}{3} \pi^2 B_2 C_2 \frac{1 + B_2 + B_2^2}{\sqrt{1 + B_2^2}} (\lambda_m - \lambda_f)^3 \\
 & + i_c (\lambda_c - \lambda_m) \sqrt{1 + B_3^2} + B_3 \frac{C_3 i_c + \pi^2 (1 + B_3^2)}{\sqrt{1 + B_3^2}} (\lambda_c - \lambda_m)^2 \\
 & + \frac{4\pi^2}{3} B_3 C_3 \frac{1 + B_3 + B_3^2}{\sqrt{1 + B_3^2}} (\lambda_c - \lambda_m)^3 \\
 & + i_a (\lambda_a - \lambda_c) \sqrt{1 + B_4^2} + B_4 \frac{C_4 i_a + \pi^2 (1 + B_4^2)}{\sqrt{1 + B_4^2}} (\lambda_a - \lambda_c)^2 \\
 & + \frac{4\pi^2}{3} B_4 C_4 \frac{1 + B_4 + B_4^2}{\sqrt{1 + B_4^2}} (\lambda_a - \lambda_c)^3
 \end{aligned}$$

dass auf ähnliche Weise die Lichtmenge berechnet werden kann, welcher ein absorbirender Körper durchlässt, sobald die Constanten der Gleichung durch die Erfahrung bestimmt sind, leuchtet ein. Ich werde auf diesen Gegenstand an einem anderen Orte wieder zurückkommen, und gehe nun über zur Untersuchung der aus dem Zusammenfallen zweier homogener Strahlen verschiedener Farben und Amplituden entstehenden resultirenden Bewegung des Lichtäthers.

### Anmerkungen.

- 1) Über die Farbenkenntnisse der Alten, vergl. Wilde, über die Optik der Griechen, Berlin 1832; Wilde, Geschichte der Optik, zweiter Theil. Berlin 1843. S. 173 ff. — Meister, de optica veterum pictorum, sculptorum, architectorum etc. in den nov. comm. Göttl. v. V., pag. 141, VI, pag. 129. Aristoteles, über die Farben, erläutert durch eine Übersicht der Farbenlehre der Alten v. Dr. C. Prantl. München 1849. — Die Stellen aus den Autoren finden sich gesammelt in Schneider *Eclogae physicae*. Jena 1801.
- 2) Gilb. Ann. LI, pag. 1 ff.
- 3) Ausser Plinius (*historia naturalis*, lib. XXXIII, XXXIV, XXXV) noch Dioscorides „Περὶ ὀφθαλμῶν ἰατρικῶν“ und besonders Vitruvius „de architectura“ lib. VII. Über die Farbenamen der Alten s. unter den älteren Autoren Antonii Thylesii *libellus de coloribus* von Gessner in Basel 1545 herausgegeben und in J. Gronovii *thesaurus antiquitatum Graecarum*. Lugd. Batav. 1701, der die Ableitung der Namen zum Theil nicht ohne Geschick versucht; Scaliger in der Streitschrift gegen Cardanus „de

Subtilitate“; unter den Neueren Goethe im II. Thl. der Farbenlehre; ferner Prantl a. a. O.

- 4) Aristoteles, de coloribus, in Prantl a. a. O.: Τά δ' ἄλλα ἐκ τούτων τῇ κράσει καὶ τῷ μᾶλλον καὶ ἥττον γιγνώμενα πολλάς καὶ ποικίλας ποιεῖ χρωμάτων φαντασίας. κατὰ μὲν τὸ μᾶλλον καὶ ἥττον, ὡσπερ τὸ φοινικοῦν καὶ τὸ ἀλουργές, κατὰ δὲ μὴν κράσιν ὡσπερ τὸ λευκὸν καὶ τὸ μέλαν, ἔταν μιχθέντα φαιοῦ ποιήσῃ φαντασίαν. διὸ τὸ μέλαν καὶ σκιερὸν τῷ φωτὶ μινύμενον φοινικοῦν; τὸ γὰρ μέλαν μινύμενον τῷ τοῦ ἡλίου καὶ τῷ ἀπὸ τοῦ πυρὸς φωτὶ θεωροῦμεν αἰεὶ γιγνώμενον φοινικοῦν, καὶ τὰ μέλανα πυροθέντα πάντα εἰς χρῶμα μεταβάλλοντα φοινικοῦν· αἱ δὲ γὰρ καπνώδεις φλόγες καὶ οἱ ἄνθρακες, ἔταν ὡς διακεκαυμένοι, φαννοῦνται χρῶμα ἔχοντες φοινικοῦν· τὸ δ' ἀλουργές εὐανθές μὲν γίνεται καὶ λαμπρον, ἔταν τῷ μετρίῳ λευκῷ καὶ σκιερῷ κραθῶσιν ἀσθενεῖς καὶ τοῦ ἡλίου αὐγαί, διὸ καὶ περὶ ἀνατολᾶς καὶ δύσεως ὁ ἀήρ πορφυροειδής ἔστω ὅτε φαίνεται, περὶ ἀνατολῆν καὶ δύσιν ἔντος τοῦ ἡλίου· ἀσθενεῖς γὰρ οὖσαι τότε μάλιστα πρὸς σκιερὸν ἔντα τὴν αἴρα προσβάλλουσιν. φαίνεται δὲ καὶ ἡ θάλαττα πορφυροειδής, ἔταν τὰ κύματα μετεωριζόμενα κατὰ τὴν ἔνκλισην σκισσθῆ· πρὸς γὰρ τὸν ταυτῆς κλισμῶν ἀσθενεῖς καὶ τοῦ ἡλίου αὐγαί προσβάλλουσαι ποιούσαι φαίνεσθαι τὸ χρῶμα ἀλουργές, ὃ καὶ ἐπὶ τῶν πτερωμάτων θεωρεῖται γιγνώμενον· ἐντεινόμενα γὰρ πως πρὸς τὸ φῶς ἀλουργές ἔχει τὸ χρῶμα ἐλάττονος δὲ τοῦ φωτὸς προσβάλλοντος ἠωφερόν, ὃ καλοῦσιν ἕρφνιον· πολὺ δὲ καὶ τῷ πρώτῳ μελανι κραθὲν φοινικοῦν κ. τ. λ. Περί χρωμάτων, 2. Diese Erklärungsweisen scheinen so überzeugend gewesen zu sein, dass selbst Goethe die Unnatur der neueren tadelt, die das einfache Phänomen über der Erwägung eines höchst complicirten zu verstehen ausser Stande sind. Farbenlehre I, 11.

- 5) Trattato della pittura, 1631, von du Frêne, bei dem Buchhändler Langlois herausgegeben (Leonardo da Vinci starb 1519). Das Originalmanuscript wurde von einem Mailänder Maler in Florenz Vassari, gezeigt, mit dem Versprechen, es drucken zu lassen; doch dies unterblieb. 1640 fanden zwei Franzosen bei Pozzo in Rom ein Manuscript mit Zeichnungen von Poussin's Hand, der oft gestand, all sein Wissen in der Malerei den Schriften da Vinci's zu verdanken. Einer dieser Franzosen brachte das Manuscript nach Paris, wo es von du Frêne mit einem zweiten Manuscripte collationirt und mit den Poussin'schen Zeichnungen, die zum Theil nur skizzirt waren und von Erhard für diese Ausgabe vollendet wurden, 1651 herausgegeben wurde. Gleichzeitig erschien von Chambray eine französische Übersetzung in Folio; verbessert und in bequemerem Formate erschien 1716 eine Übersetzung von Charmois, die der Kupferstecher Giffaret herausgab. — Ins Deutsche übersetzte sie Böhm, von dem unter dem Titel „des vortrefflichen Malers Leonardo da Vinci höchst nützlicher Tractat von der Malerei, aus dem Italienischen und Französischen ins Deutsche übersetzt von J. G. Böhm, Nürnberg 1724“ eine getreue, aber vom Original abweichend geordnete Bearbeitung erschien, welche den Stoff in 10 Bücher vertheilt, deren Überschriften ich hier mittheile, da sie von der Reichhaltigkeit des Tractates Zeugnis geben:

1. Von der Zeichnung.
2. Von den Proportionen.
3. Von der Anatomie.
4. Von dem Gleichgewicht. (Stabilität bewegter und ruhender Gestalten u. s. f.)
5. Licht und Schatten.
6. Von der Reflexion. (Geometrische Sätze, farbige Beleuchtung etc.)
7. Von der Perspective. (Luftperspective ebenfalls behandelt; Blau des Himmels etc.)
8. Vom Malen, den Farben und ihrem Grunde.
9. Historische Gemälde.
10. Vermischtes.

Ins Spanische wurde sie durch Ant. Rejon de Silva übersetzt, der sie sammt einer Abh. von Alberti, unter dem Titel: El tratado de la pintura por Leonardo da Vinci

y los tres libros que sobre el mismo arte escribió Leon Baptista Alberti, traducidas è ilustrados con algunas notas por D. Ant. Rejon de Silva. Madrid 1784, 4, herausgegeben. Es scheint dieses Werk weit weniger gekannt zu sein als es seines interessanten Inhaltes wegen verdient; ausser Lambert, der es in seiner Beschreibung der mit Eleodorischem Wachse ausgemalten Farbenpyramiden, Berlin 1772, S. 17 ff. bespricht, hat es meines Wissens Niemand in der Geschichte der Optik erwähnt. Priestley, Gesch. d. Optik enthält in der Klügelschen Übersetzung das Citat Lambert's; ebenso Gehler und Wilde. Göthe hat es gewiss nicht gekannt, sonst hätte er einerseits Kircher's ars magna lucis et umbrae 1646 nicht so unbedingt als das erste brauchbare Werk über Farbenlehre gepriesen, da dasselbe eigentlich nur eine Bearbeitung ins Breite und Tiefe der da Vinci'schen Abhandlung ist, andererseits hätte er nicht Ursache gehabt, die Geschichte der Farbenlehre im sechzehnten Jahrhunderte mit den bedauernden Worten zu schliessen: hätte Jemand zu Ende des XVI. Jahrhunderts sich in die Werkstätten der Färber und Maler begeben und nur Alles redlich und consequent aufgezeichnet, was er dort gefunden, so hätten wir einen weit vollständigeren und methodischeren Beitrag zur Geschichte der Farbenlehre als es uns durch Bearbeitung tausend Baconischer Fragen nicht hätte werden können. Auch hätte er nicht am Schlusse der Besprechung des Kircher'schen Werkes dem Poussin das Buch dieses Autors in die Hand gegeben, er sagt nämlich:

„Es ist für uns von nicht geringer Bedeutung, wenn wir erfahren, dass bildende Künstler diejenige Lehre, die wir zu verbreiten suchen, gleichfalls anerkannt und in ihren Nutzen zu verwenden gewusst haben. Wir besitzen ein Bildniß von Nicolaus Poussin, nach seinem Ableben gestochen von A. Clouet; er hält ein Buch im Arm, auf dessen Rücken oder Schnitt geschrieben steht: de luc. et umbr., dies kann kein anderes sein als Kircher's Werk, welches 1646 herauskam.“

„Poussin lebte 1591—1672; wie werth muss ihm, einem gebornen und höchst gebildeten Künstler, ein solches Buch im 50. Jahre gewesen sein! Wahrscheinlich hatte er mit dem Verfasser bereits früher ein persönliches Verhältniss und diese Lehre so lieb gewonnen, dass er sie hier an die Brust drückt. Beide hatten in Rom lange Jahre neben einander und wahrscheinlich mit einander zugebracht.“ Farbenlehre, II. Th.

- 6) Cap. CXV: ogni colore è più bello nella sua parte alluminata che nell' ombrosa, e questo nasce, che il lume vivifica e dà vera notizia della qualità de' colori e l'ombra ammorza ed obscura la medesima bellezza et impedisce la notizia d'esso colore. E se per il contrario il nero è più bello nell' ombre, che ne i lumi, si rispondo eh' il nero non è colore, pag. 31 (der Folio-Ausgabe von 1651).
- 7) Il bianco è più ricettivo di qualunque colore che nissun' altra superficie (es ist im ganzen Werke sehr oft für Körperfarbe die Oberfläche genannt) di qualunque corpo che non è specchiato. Provasi, dicendo che ogni corpo vacuo è capace di ricevere quello che non possono ricevere li corpi che non sono vacui, diremo per questo che il bianco è vacuo, o vuoi dir privodi qualunque colore e essendo egli alluminato del colore di qualunque luminoso, partecipa più d'esso luminoso, che non sarebbe, il nero, il quale è simile ad un vaso rotto, che è privo d'ogni capacità a qualunque cosa. Cap. CXXIII, pag. 33.
- 8) Cap. CLV. Il bianco non è colore, ma è in una potenza ricettiva d'ogni colore, pag. 40.
- 9) Wenn Plinius schon lib. XXXIII von der grossen Geschicklichkeit der älteren Maler rühmt, dass sie im Stande waren aus wenigen Grundfarben weit mehr Nuancen zu mischen als die Maler seiner Zeit im Besitze so viel vollkommener Mittel, so darf man erstens die Zahl jener Grundfarben (4) nicht ganz wörtlich nehmen, denn er liebt es die schönen und besseren Tage der Vergangenheit auf Kosten seiner Zeit zu preisen

und nimmt es dabei mit Zahlen nie besonders genau; dann aber spricht er nirgends einen klaren Begriff einer einfachen Farbe aus, so dass da Vinci's Priorität hierin unbestritten bleiben muss.

- 10) Cap. LXXI. Ancora che la mistione de' colori l'un con l'altro si stenda verso l'infinito, non resterò per questo che io non ne facei un poco di discorso. Ponendo primo alquanti colori semplici, con ciascun di quelli mescolerò ciascuno de gl' altri a uno ad uno, e poi a due a due, e a tre a tre, e così seguitando per fino all' intero numero di tutti li colori: poi si comincerò a mescolare li colori a due con due, e a tre con tre, e poi a quattro, così seguitando sino al fine sopra essi due colori semplici sene metterà tre, e con essi tre accompagnerò altri tre, e poi sei, e poi seguirò tal mistione in tutte le proportioni. Colori semplici dorrando quelli che non sono composti, ne si possono comporre per via di mistione d'altri colori. Nero bianco: benchè questi non sono messi frà colori, perchè l'uno è tenebre, l'altro è luce, ciò è l'uno è privatione e l'altro è generativo: ma io non li voglio per questo lasciare in dietro, perchè in pittura sono li principali, conciosia che la pittura sia composta d'ombre e di lumi, ciò è di chiaro e oscuro. Doppo il nero e il bianco seguita l'azzurro, e giallo, poi il verde e lionato, cioè tanè, e vuoi dire oeria: di poi il morello, cioè pavonazzo e il rosso e questi sono otto colori, o più non è in natura, di quali io comincè la mistione. E sia primo nero e bianco, dipoi nero giallo, e nero e rosso, di poi giallo e nero, e giallo e rosso; e perchè qui mi manca carta, lascerò a far tal distintione nella mia opera con lungo processo, il quale sarà di grand utilità, anzi necessarissimo e questa dal descrizione s'intrametterà infra la teoria e la pratica, pag. 33.

- 11) Cap. LXXI. De' semplici colori il primo è il bianco, benchè i filosofi non accettano ne il bianco ne il nero nel numero de' colori, perchè l'uno è causa de' colori, l'altro è privatione. Ma perchè il pittore non può far senza questi, noi li metteremo nel numero de' gl'altri e diremo il bianco in questo ordine essere in primo, ne i semplici; il giallo il secondo; il verde il terzo; l'azzurro il quarto, il rosso il quinto, il nero il sesto: et il bianco metteron per la luce senza la quale nissun colore veder si può, ed il giallo per la terra, il verde per l'acqua, l'azzurro per l'aria ed il rosso per il fuoco e il nero per le tenebre che stan sopra l'elemento del fuoco, perchè non v'è materia ogroschezza dove i raggi del sole habiano a penetrare e percuotere e per conseguenza alluminare. Se vuoi con brevità vedere la varietà di tutti i colori composti, togli vetri coloriti, e per quelli guarda tutti i colori della campagna che doppo quello si veggono, e così vedrai tutti li colori delle cose che doppo tal vetro si veggono essere tutte miste col color del predetto vetro e vedrai qual sia il colore, che con tal mistione s'accocci, o guasti: se sarà il prodetto vitro di color giallo, dico che la spezie degl'obietti che per esso passano all' occhio, possono così pegggiare come meglioare: e questo pegggiamento in tal colore di vetro accecherà all'azzurro, e nero, e bianco sopra tutti gl'altri ed il meglioamento accecherà nel giallo e verde sopra tutti gli altri, e così anderai scorrendo con l'occhio le mistioni de' colori, le quali sono infinite: ed a questo modo farai elettezioni di nove inventioni di colori misti e composti, e il medesimo si farà con due vetri di varii colori antiposti all'occhio, e così per te potrai seguitare, pag. 43.

- 12) Dies ist allerdings eine alte Erfahrung. Schon Vitruv berichtet, wo er von dem kostbareren Grün der Chrysocolla erzählt, lib. VII, c. 14: qui non possunt chrysocolla propter caritatem uti, herba, quae luteum appellatur, caeruleum inficiunt, atque viridissimo utuntur colore. Auch da Vinci spricht dieselbe an verschiedenen Stellen aus; so Cap. 122: diremo dunque che s'il corpo opaco sia giallo et il luminoso sia azzurro, che la parte alluminata sia verda, il qual verde si compone de' giallo

ed azzurro, pag. 33. Die im Texte übersetzte Stelle ist aus Cap. CLXII: l'azzurro e il verde non è per se semplice perchè l'azzurro è composto di luce e di tenebre, come è quello dell'aria, cioè nero perfettissimo e bianco candidissimo. Il verde è composto d'un semplice e d'un composto, cioè si compone d'azzurro e di giallo, pag. 43.

- 13) Cap. CVI, CVII, CVIII. Er theilt auf den zur Erläuterung beigefügten Kupfern die Luft in concentrische Kugelschalen von abnehmender Dichte: area d'un grado di grossezza, di due gradi cel.
- 14) Cap. CVI, pag. 21—23.
- 15) CVII.
- 16) CIII, pag. 21.
- 17) Cap. CLI. L'azzurro dell'aria nasce della grossezza del corpo dell'aria alluminata interposta infra le tenebre superiori e la terra: l'aria per se non ha qualità d'odori, o di sapori, o di colori, ma in se piglia le similitudini delle cose che dopo lei sono collocate, e tanto sarà di più bell'azzurro quanto dietro ad essa saran maggior tenebre, non essendo lei di troppo spazio, nè di troppo grossezza d'umidità; e vedesi ne' monti, che hanno più ombre, esser più bell'azzurro nelle lunghe distanze, e così dove è più alluminato, mostrar più il color del monte che dell'azzurro appiccatoli dell'aria che infra lui e l'occhio s'interpone, pag. 39.
- 18) Cap. CXXXIV. L'aria sarà tanto meno partecipante del colore azzurro, quanto essa è più vicina all'orizzonte, è tanto più oscuro, quanto ella a esso orizzonte è più remota. Questo si prova per la 3<sup>a</sup> del 9<sup>o</sup> (Citaf eines verloren gegangenen Werkes vielleicht das von der Perspective, dessen Lomazzo erwähnt) che mostra che quel corpo sarà manco alluminato dal sole, il quale fia di qualità più rare. Adunque il fuoco, elemento che resto l'aria, per esser lui più raro e più sottile che l'aria, manco ci occupa le tenebre che son sopra di lui che non fa essa aria, e per conseguenza, l'aria corpo men raro che il fuoco più s'allumina dalli raggi solari, che la penetrano et alluminando l'infinità de gl'atomi, che per essa s'infondono, si rende chiara alli nostri occhi: onde penetrando per essa aria la spezie delle sopraddette tenebre, necessariamente fa che essa bianchezza d'aria ci pare azzurra, come è provato nella 3<sup>a</sup> del 10<sup>a</sup> e tanto ci parrà più chiaro, quanto fra esse tenebre e l'occhi nostri s'interporrà maggior grossezza d'aria, pag. 35.
- 19) Cap. CLII. Infra i colori che non sono azzurri, quello in lunga distanza parteciperà più d'azzurro, il quale sarà più vicino al nero, è così di converso si manterrà per lunga distanza nel suo proprio colore, il quale sarà più dissimile al detto nero. Adunque il verde delle campagna si trasmuterà più nell'azzurro, che non fa il giallo o il bianco, e così per il contrario il giallo e bianco manco si trasmutata che il verde e il rosso.
- 20) Cap. CXXX. Quelle verdure si dimostreranno partecipare più d'azzurro, le quali saranno di più oscura ombrosità; e questo si prova per la VII<sup>a</sup> che dice che l'azzurro se compara di chiaro e d'oscuro in lunga distanza.
- 21) Cap. CCCXVII. Delle cose remote dall'occhio, le quali siano di che color si voglia, quella si dimostrerà di color più azzurro, la quale sia di maggior oscurità, naturale o occidentale. Naturale è quella ch'è oscura da se; occidentale è quella ch'è oscura mediante l'ombra che gli è fatta da altri obbietti.
- 22) Cap. LXXXIV, LXXXV.
- 23) Cap. CXI. Nessuna cosa dimostrerà mai il suo proprio colore, se il lume che l'allumina non è in tutto d'esso colore, e questo si manifesta ne i colori de' panni, de' quali le pieghe alluminate, che riflettono o danno lume alle contraposte pieghe, di fanno dimostrare il lor vero colore. Il medesimo fa la foglio dell'oro nel dar lume l'una all'altra, ed il contrario fa da pigliar lume da un altro colore.

- 24) Cap. CXXIV.
- 25) Cap. CXXV.
- 26) Cap. CXXXI.
- 27) Cap. CXIV.
- 28) Cap. CC.
- 29) Cap. CCCXXVIII. L'ombre de' corpi generate dal rosso del sole vicino all' orizzonte sempre fian azzurre: e questo nasce per l' undecima dove si dice: la superficie d'ogni corpo opaco partecipa del colore del suo obbietto. Adunque essendo la bianchezza della parete privata al tutto d'ogni colore, si tinge del colore de' suoi obbietti li quali sono in questo caso il sole, el cielo. E perchè il sole rosseggia verso la sera e il cielo si mostra azzurro dove l'ombra non vede il sole, per l'ottava dell' ombre, che dice: nissuno luminoso non vidde mai l'ombre del corpo da lui alluminato, quivi sara veduto dal cielo: adunque per la detta undecima l'ombra derivativa harà la percussione nella bianca parte di color azzurro e il campo d'essa ombra veduta dal rossore del sole parteciperà del color rosso.
- 30) Cap. CLVI. Il lume del fuoco tinge ogni cosa in giallo; mà questo non apparirà esser vero se non al paragone d'elle cose alluminate dell' aria; e questo paragone si potrà vedere vicino al fine della giornata, e sicuramente doppo l'aurora, e ancora dove in una stanza oscura di sopra l'obbietto un spiracolo d'aria e ancora un' spiracolo di lume di candela e in tal luogo certamente saran vedute chiare e spedite le loro differenze. Ma senza tal paragone mai sarà conosciuta la lor differenza salvo ne'colori che han più similitudine ma fian conosciuti, come bianco dal giallo, chiaro verde dell' azzurro, perchè gialleggiando il lume che allumina l'azzurro, e come mescolare insieme azzurro e giallo, i quali compongono un bel verde; e se mescoli poi giallo con verde, si fa assai più bello.
- 31) Grotthuss Schweigg. Beitr. Ph. G. III, 14 ff. Zschokke, Unterhaltungsblätter für Welt- und Menschenkunde 1826, 49. Brandes in Gehler's Wörterbuch IV.
- 32) Cap. LXXV. Le riverberationi son causa da i corpi di chiara qualità, di piana e semidensa superficie, si quali percossi d'allume quello a similitudine di balso della palla ripercuoti nel primo obbietto. Da die Dichte der Körper keinen Einfluss haben kann auf die Reflexion, so wird unter „semidensa“ wohl eine elastische Oberfläche zu verstehen sein; da Vinci betrachtet somit die Lichttheilchen als unzusammendrückbar, welche von der federnden Oberfläche zurückgeschnell werden.
- 33) Vitellionis mathematici doctissimi περὶ ὀπτικῆς; id est de natura, ratione et projectione radiorum visus, luminum, colorum atque formarum quam vulgo Perspectivam vocant libri X. Edd. G. Tanstetter et P. Apianus. Norinberg apud J. Petreium 1535. (Auf dem Titelblatt ist neben anderen abenteuerlichen Objecten auch dargestellt wie die Sonnenstrahlen beim Durchgange durch ein rundes Gefäß, das als Brennlinse zu dienen scheint, verschiedene geometrische Apparate verbrennen; es haben also die Herausgeber des Vitellio im XVI. Jahrhundert ungefähr eben so klare Begriffe über die Natur der Brenngläser gehabt wie Vitellio im XIII. Vergl. Wilde, Gesch. der Optik I, 79) X, C. LXV. Iridem ex reflexione et refractione radiorum corporis luminosi videre necesse est. Quod iris specialiter ex reflexione fiat, patet per hoc, quia lumen ejus sensibile pervenit ad visum: da aber die Sonne hinter dem Beobachter steht, so muss, damit ihr Licht sichtbar werde, dasselbe eine Reflexion erfahren. Quod vero iris per refractionem etiam radiorum corporis luminosi fiat, patet per hoc, quia non generatur iris nisi in aliqua diaphana materia existente in medio et perhibente transitum luminis. CLXVI. In vapore torido iridem generare necesse est. Dass dies nicht in Wassertropfen geschehen kann, glaubt er folgendermassen beweisen zu

können. Quod hic supponitur patet, qui cum iris non fiat sine lumine, imo luminis multitudine, lumen autem non aggregatur nisi ex reflexione aut refractione radiorum corporis luminosi, haec autem non fiat nisi tum fiat objectio corporis densioris aëre puro, ergo in loco generationis iridum non erit ipsius generatio sine corpore irradiati, a cuius superficie possit fieri reflexio et refractione luminis incidentis, aliquid vero solidorum planorum ibi esse est impossibile, sed nec aqua quum haec curreret subito ad loca inferiora sit ibi possibilis, iris vero aliquid temporis manet, nec tamen posset in aqua continua iridis figura generari quum lumen integrum reflecteretur a superficie aquae propter continuitatem ipsius aquae u. s. f. — Cap. LXVII: Tricolor est omnis iris: puniceus, xanthus (viridis v. indicus), alurgus. Er leitet die Farben nach der Aristotelischen Theorie ab und theilt auch seine Beobachtung über einen Regenbogen an einem Wasserfalle mit. — Cap. LXXXVIII. Ex crystallo hexagona soli opposita colores iridis generantur. Sie sollen durch eine Abschwächung des Lichtes durch die Brechung entstehen. — Cap. LXXXIV. Sub vase vitreo pleno aqua soli exposita colores similes iridis coloribus videntur; ebenfalls wegen varias refractiones debilitationesque radiorum luminis, aber höchst verwirrt und unklar. — Der farbigen Erscheinung in Glasprismen hat schon Seneca Quaest. nat. I, cap. 7, Erwähnung gethan. Vergl. Wilde, I, 83.

- 34) J. Bapt. Porta, de refractione, optices parte, libri IX. Neap. 1593. Das neunte Buch handelt: de coloribus ex refractione, seu de iride, lacteo cireuto etc. Im Proemium sagt er: loquimur hoc libro de iride et de coloribus qui ex diaphani et fulgidi (im Gegensatz zur Aristotelischen Lehre) mistura exoriuntur, in quorum investigatione plus quadraginta annis toto animo insudavimus et Dei faxint ut aliquid boni, naeti simus. Res difficilis, admirabilis et humanum captum excedens, ob id veteres poetae Thaumantis filiam vocaverunt. In der 3. Proposition führt er den Beweis, dass colores fulgidi ex luce et densioris aëris diaphano generantur: es ist dies das Zusatzglied mittelst dessen die Aristotelische und da Vinci'sche Lehre zur Göthe'schen Theorie ergänzt wird; Göthe hat aber btos die Magia naturalis dieses Autors gelesen, worin von der Farbe nur gelegentlich die Rede ist, sonst hätte er wohl der 5. Proposition erwähnt, welche beweisen soll: flavum colorem ex multa luce et minima densioris diaphani parte generari, coeruleum ex languidiore luce et ex multo diaphano aëre densiore nasci u. s. f. Porta macht schon darauf aufmerksam, dass nur gelb, blau und roth (das er im Regenbogen aus dem Widerschein einer dunkeln Wolke entstehen lässt) unmittelbar aus dem Lichte entstehen, während grün und violett (color halurgus, violaceus, pavonaceus) aus dem Gemische jener sich bildet. Der Regenbogen ist deshalb 2farbig, oder 5farbig, oder 1000farbig zu nennen, wenn man mit Virgil (mille trahit varios adverso sole colores) mille für unzählig setzte. Zur Farbenbildung ist nur die Brechung nothwendig, denn so wie der Strahl tiefer in die thauige Wolke dringt, färbt er sich erst gelb, dann grün, endlich blau und der Reflex dieser Farben gibt das Phänomen. Prop. XI, pag. 201, 202.
- 35) Photismi de lumine et umbra ad prospectivam radiorum et incidentiam facientes Venetiis 1575, Messinae 1613, Lugdun. Batav. 1618.
- 36) De iridibus doctrina Aristotelis et Vitellionis certa methodo comprehensa explicata et tam necessariis demonstrationibus quam physicis et opticis causis aucta. Premissa sunt succineto ordine ea Oplica quorum cognitio ad doctrinam eum iridum tum aliorum μετέωρων τῶν παρ' ἑμφρατιν est necessaria. Wittenberg 1571. Vergl. Pristley, Gesch. d. Opt. 2 Par. Cap. 2. — Wilde, I, 174.
- 37) In der Ausg. v. Haensch. Ep. 233. — Übrigens war Kepler selbst wenig geneigt in die Theorie der Farben sich zu vertiefen, da sie seiner Zeit noch ganz unzugänglich war einer Behandlung mit Zahl und Maass; sein color „est lux in potentia,



lux sepulta in pellucidi materia, si jam extra visionem consideretur“ (In dem Suppl. zu Vitello, Cap. I) ist durchaus verwandt dem Aristotelischen  $\psi\omega\varsigma$   $\acute{\epsilon}\pi\tau\omega\upsilon$   $\eta$   $\tau\acute{o}\upsilon\tau\omicron\upsilon$   $\acute{\epsilon}\nu\acute{\epsilon}\rho\gamma\epsilon\iota\alpha$   $\tau\omicron\upsilon$   $\delta\iota\alpha\varphi\alpha\upsilon\omicron\upsilon\varsigma$ ,  $\eta$   $\delta\iota\alpha\varphi\alpha\upsilon\epsilon\iota\varsigma$  (περί τῆς ψύχης, lib. 11, Cap. VII).

- 38) De radiis visus et lucis in vitris perspectivis et iride. Venetiis 1611. Wilde gibt a. a. O., pag. 177, die ganze hieher bezügliche Stelle des 4. Capitels. Dominis, den auch im Leben ein eigenes Schicksal verfolgte, hat das Unglück gehabt zu wiederholten Malen in seinem Rechte auf Priorität der Entdeckung des eigentlichen Vorganges bei der Bildung des Regenbogens beeinträchtigt zu werden; Montucla würdigt ihn, Cartesius gegenüber, zu wenig; Priestley aber kann in seinem Werke die Stelle nicht finden, die Newton bewog, ihm vor Descartes die Priorität zuzugestehen, ja Biot spricht deutlich aus, dass Newton sich hier irgendwie geirrt haben müsse. Erst durch Göthe und endlich durch Wilde ist de Dominis wieder zu seinem vollen Rechte gelangt.
- 39) Renati des Cartes, Opera philosophica, omnia in 3 tomos distributa. Francofurti 1697 I. Meteor., Cap. VIII, de Iride. Der Inhalt der bezüglichen §§. ist: §. 1. non in vaporibus nec in nubibus sed tantum in aquae guttis iridem fieri; §. 2. cuius causa ope globi vitrei detegi potest; §. 4. quoniam etiam ope prismatis vitrei colores iridis videntur; §. 5. ideo, ad eorum productionem nec figuram corporis pellucidi, nec radiorum reflexionem, nec etiam multiplicem refractionem requiri, sed nua saltem refractione et lumine et umbra opus est. Im 4. §. sagt er, nachdem er sein Glasprisma beschrieben: Tecta alterutra ex his superficiebus opaco aliquo corpore in quo sit angustum foramen, observavi radios per illud foramen transeuntes, atque inde effusos in linteum aut chartam albam omnes colores iridis depingere et quidem semper rubrum in deorsum, violaceum sursum. Er stellt das Prisma vor die Spalte, pag. 167.
- 40) Physico Mathesis de lumine, coloribus et iride. Bononiae 1665. Lumen non coloratum posse reddi coloratum per solam refractionem probatur experimento cum prisma vitreo, quod si ita exponatur solari lumini, ut hoc per unam illius faciem ingressum, per alterum ex reliquis duabus egrediatur in aërem, videmus illico lumen ita egressum colorari et eo quidem certius ac latius quo remotius a prisma illud observamus terminatum super aliquo opaco praesertim candido. At hic pariter nulla intervenit reflexio intervenit autem refraectio duplex. Er bezieht hierauf auf eine nebenstehende Figur, die darstellt, wie das Prisma, das hier hinter der Öffnung steht, den einfallenden Strahlenkegel farbig zerstreut; im nächsten Paragraphe sucht er den Einwurf zu widerlegen, dass mehrfache Reflexionen die farbige Erscheinung bedingen, pag. 233, 236. Dass die Strahlen aus parallellächigen Krystallen ungefärbt austreten, bespricht er in der XXXVI. Proposition, wo er zur Bekräftigung seiner Theorie der Brechung den Beweis führt: tamen, quod assumpta radiorum densitate inaequaliter distributa colorabatur, si ad uniformem radiorum densitatem redigatur, non amplius coloratur, pag. 272. Man setze hier für das theoretisirende „densitas“ das empirische „refrangibilitas“, und man hat Newton's Theorie. So nahe gelangt der geistreiche Italiener an die Wahrheit!
- 41) S. Boyle, Experimenta et considerationes de coloribus seu initium historiae experimentalis de coloribus. Lond. 1665. III. (Farbe entsteht durch Brechung.)  
De la Chambre, La Lumière, Paris 1657. (Die Farben des Prismas und Regenbogens sind das Licht selbst; Farbe ist eine solche Modification des Lichtes, wie der Ton beim Schalle.)  
M. Marci, Thaumantias, liber de aëre coeli deque colorum apparentium ortu, natura et causis. Prag 1648. (Schatten ist nicht nöthig zur Farbe; anstatt es auszusprechen: die verschiedenen Farben sind verschieden gebrochenes Licht, sucht er nach Ursachen der verschiedenen Brechbarkeit.)

Barrow, Lectiones opticae et geometricae. London 1674.

Vergl. G $\ddot{u}$ the, Farbent. II. — Wilde, I, pag. 312 ff. Ebenda auch  $\ddot{u}$ ber die erste richtige Erkl $\ddot{a}$ rung des Regenbogens durch Theodoricus Saxonus im 14. Jahrhundert; ich konnte ihn  $\ddot{u}$ bergehen, da mir daran lag, die Verkn $\ddot{u}$ pfung der Thatsachen und die Entwicklung der Kenntniss bis Newton zu zeigen, und dieser ausser allem Zusammenhange mit der Geschichte der Wissenschaft steht.

42) Newton's hieher geh $\ddot{o}$ rige S $\ddot{a}$ tze sind:

Lumen cuius omnes radii sunt aequae refrangibiles, id ego simplex homogeneous et similare appello: cuius autem radiorum alii magis quam alii refrangibiles sunt, id ego compositum heterogeneous et dissimilare appello. Colores homogenei luminis appello primarios homogeneos et simplices: luminum autem heterogeneousum colores heterogeneousos et compositos. Optice lib. I, pars I, defin. VII, VIII.

Lumina quae colore differunt, ea itidem refrangibilitatis gradibus inter se differunt. I, 1. Prop. 1. Theor. 1.

Lumen solis constat e radiis diverse refrangibilibus. I, 1. Prop. 1. Theor. 11.

Phaenomena colorum in refracto aut reflexo lumine non oriuntur ex novis modificationibus luminis, quae pro variis luminis umbraeque terminationibus varie sint impressae. I, 2. Prop. 1. Theor. 1.

Omne lumen homogeneous colorem habet proprium et suum, refrangibilitati suae respondentem, isque color nullis reflexionibus vel refractionibus mutari potest. I, 2. Prop. 11. Theor. 11.

Colores compositione procreari possunt, qui luminis coloribus plane similes sunt futuri in speciem quidem et ad oculorum sensum, non autem in coloris immutabilitatem et ad constitutionem ac naturam luminis. Iique colores, quanto magis compositi sunt, tanto minus largi intensique fiunt; donec nimia tandem compositione dilutiores languidioresque facti, penitus demum evanescent in album vel subalbum conversi. Fieri quoque potest ut colores compositione producantur, qui nullis homogenei luminis coloribus prorsus similes futuri. I, 11. Prop. 4. Theor. 3.

Albitudo et colores omnes cinerei inter album et nigrum componi possunt ex coloribus, et solis luminis albor compositus est ex primariis omnibus coloribus apta proportione inter se commixtis. I, 11. Prop. 5. Theor. 4.

Und hier folgen die Fundamentalversuche Exp. 9—13, von denen wir folgende hervorheben:

Exp. X. Charta alba posita in foco lentis in quam incidebat imago prismatica albo lumine perfunditur: ultra vel citra focus coloribus prismaticis pingitur, pag. 97.

Exp. XI. Imago prismatica per aliud prisma priori parallelam, ex debito intervallo inspecta alba et rotunda videtur, pag. 102.

Exp. XIII. Confusi duorum prismatum colores albitudinem producent, pag. 105.

Exp. XV. Pulveres colorati apta proportione permixti pulverem album vel cinereum producent, pag. 107.

Der Regenbogen wird im 4. Problem, S. 124 aus dieser Theorie erkl $\ddot{a}$ rt.

43) Phil. trans. 1686. A catalogue of simple and mixte colours with a specimen of each colour prefixt to its proper name by R. Waller, fellow of the royal society. Nebst einer  $\ddot{U}$ bersetzung ins Latein, ad beneficium externorum. Er theilt die einfachen Farben in blaue, gelbe und rothe, doch besteht jede derselben aus einer Reihe von T $\ddot{o}$ nen; so sind coerulei simplices: niveus, glastinus, cyaneus, lazurius, violaceus, indicus, coracinus; — lutei simplices: lacteus, limoneus, aureus, luteus, citrinus, fuscus; — rubei simplices: igneus, rufus, miniatus, coccinus, rubinus, sanguineus, ferrugineus, piceus. Er schreibt die blauen in eine horizontale, die gelben und rothen der Folge nach in eine verticale Reihe, und theilt hierauf das

Feld des Papieres in Vierecke, in welche die Mischfarbe aus den zwei zugehörigen einfachen Farben eingetragen ist, welcher er den lateinischen, englischen und zuweilen auch griechischen Namen beifügt. Um einen Begriff von seinen gemischten Nuancen zu erhalten, setze ich mehrere seiner mittleren Columnen her:

Übergang aus Weiss in Grau: *albus*, *niveus*, *argenteus*, *paleus*, *lutentus*, *electricus*, *hylinus*, *sub fuscus*, *gilvus*, *helvus*, *carneus*, *roseus*, *caryophylleus*, \*, \*, *griseus*.

Übergang aus *coracinus* in *niger*: *coracinus*, *plumbeus*, *nigellus*, \*, \*, \*, *castaneus*, *pullus*, *aethiopicus*, *fuliginus*, \*, *furvus*, *pressus*, *ater*, *niger*.

Übergang von *piceus* in *niger*: *piceus*, *griseus*, *cannus*, *cinereus*, *ferreus*, \*, *niger* (die blauen Töne des schwarz).

Die \* bezeichnen Mischungen, für welche Waller keinen Namen fand.

Diese Nomenclatur ist in sofern interessant, als sie als eine Illustration der lateinischen Farbenbenennungen dienen kann; es wäre freilich noch zu untersuchen, in wiefern Waller die Autoren der Alten verstanden.

44) *Il Colorito*. London 1733. Wilde, II, 150.

45) *Observations physiques sur le mélange de quelques couleurs dans la teinture par du Fay*. *Mém. de l'Acad. roy. de Paris* 1737. Er hat über die Körperfarben eine Ansicht, die sich von der Newton'schen entfernt und mehr der jetzt geltenden nähert. In Bezug auf Misch- und einfache Farben sagt er: *Si l'on examine bien la suite des couleurs du prisme, on verra que les sept couleurs qui sont vues distinctes l'une de l'autre dans le spectre coloré, se peuvent réduire à trois couleurs primitives. . . . ces couleurs sont appelées matrices dans l'art de la teinture parceque toutes les autres peuvent dériver de leur mélange et de leur combinaison, et qu'elles ne peuvent être produites ou composées par le mélange d'aucune autre; que de plus on a vu, il y a plusieurs années en France des tableaux faits par le S. le Blon qui les imprimait sur du papier au moyen de 3 planches de cuivre gravées, chacune desquelles portait l'une de ces 3 couleurs: rouge, bleu, ou jaune et du mélange desquelles résultaient toutes les nuances et toutes les couleurs dont la nature nous peut fournir l'idée. Le S. le Blon a fait depuis imprimer en françois et anglais un petit traité, intitulé l'Harmonie du Coloris dans la peinture réduite en pratique ou il donne une idée du système des trois couleurs. — L'application de ce principe au noir et au blanc demande un travail particulier et plusieurs expériences, mais les physiiciens n'auront pas de peine à croire que cet examen doit conduire à la confirmation de l'hypothèse que je viens de proposer et qui consiste seulement à dire que toutes les couleurs de la nature se peuvent réduire au 3, que nous avons établies, que les parties intégrantes de ces 3 couleurs ou plutôt des corps dans lesquelles elles resident avec le moins de mélange sont figurées de sorte qu'elles ne peuvent se toucher sans laisser entr'elles des espaces propres à recevoir les autres et qu'enfin s'il n'y a pas dans la nature un plus grand nombre de couleurs primitives, c'est qu'il n'y a pas que ces trois configurations de parties qui se puissent placer entre les pores les unes des autres de la manière nécessaire pour réfléchir à nos yeux les différents rayons qui composent la lumière. V. 267, 268.*

46) *Opera inedita cura Lichtenbergii*. De *affinitate colorum commentatio lecta in collegio publico Göttingae* 1758.

47) J. H. Lambert. Beschreibung einer mit dem Calau'schen Wachse ausgemalten Farbenspyramide. Berlin 1772. — Der Berliner Hofmaler Calau lieferte als Substrat für die Mischung ein sehr durchsichtiges und gleichförmiges Mittel, das er selbst Eleodorisches Wachs nennt, dessen nähere Beschreibung sich aber weder in dem Lambert'schen Werke, noch sonst in einem gleichzeitig erschienenen Werke befindet.

- 48) A. a. O. §. 5 ff. Photometrie §. 747.  
 49) Farbenkugel, oder Construction des Verhältnisses aller Mischungen der Farben zu einander, und ihrer vollständigen Affinität. Hamburg 1810.  
 50) Hay, Nomenclature of colours.  
 51) Forbes. Hints towards a classification of colours. Phil. Mg. 1849, XXXIV, pag. 161.

Die Mittelfarben zwischen den Hauptfarbentönen und dem Grau sind:

russet zwischen red	und gray	drab zwischen green	und gray
brown	„ orange „	olive	„ blue „
citrine	„ yellow „	slate	„ purple „

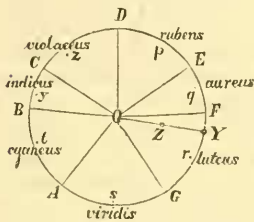
- 52) All coloured powders do suppress or stop in them a very considerable part of the light by which they are illuminated. For they become coloured by reflecting the light of their own colours more copiously and that of all other colours more sparingly, and yet they do not reflect the light of their own colours so copiously by as white bodies do. Therefore by mixing such powders we are not to expect a strong and a full white, such as is that of paper, but some dusky and obscure one such as might arise from a mixture of light and darkness, or from white and black, that is a gray, or dun, or russet brown, such as are the colours of a mans nail, of a mouse, of ashes, of ordinary stones, of mortar, of dust and dirt on the highways, and the like. Newton I, II, exp. 13.

Newton scheint sich gleichwohl vielfach bemüht zu haben ein möglichst weisliches Gemenge darzustellen; wenn Wilde sagt, dass er dabei schon von der Kenntniss der 3 Grundpigmente sich habe leiten lassen, so glaube ich, irrt er. Newton beschreibt drei Versuche: zuerst mischte er Mennig mit Grünspan in dem Verhältnisse 1:5; dann Mennig mit Bergblau (1:4), das er noch mit etwas Auripigment und Grünspan versetzte; endlich Auripigment mit Purpur, denen er etwas Grünspan und Bergblau beimengte. In allen Fällen wählte er die Farben so, dass jede aus der Vereinigung eines gewissen Theiles des Spectrums hervorging, und suchte dann den beiden gemeinsamen Überschuss mit geringen Zusätzen zu neutralisiren, d. i. in das Verhältniss des Spectrums zu bringen.

- 53) Die ersten Versuche stellte Musschenbroek an. In turbinis lignei plano supremo colores ea proportione pinxi ac in schemate solari sunt, uti Carminum, Crocum cum Alumine solutum, Auribraetam, Viride aeris, coeruleum montanum, purpuram, violaceum. Funem circa turbinem convolutum celeriter traxi, ut turbo celerrime in rotundum verteretur, hic qua parte coloris circulum planum faciebunt, coloris einerei non plane albi adspicietur, colores inspecti tam rapido se sequebantur ut distingui non potuerint, sed simul aliquam fecerint perceptionem ex omnibus ut-cunque mixtum quae accedit ad sensationem albedinis. Introductio ad philosophiam
- 54) Similiter ex aliis homogeneis coloribus inter se propinquis componi poterant novi colores qui sint coloribus homogeneis inter jacentibus similes. Newt. Opt. I, II, Prop. IV, Th. III. Musschenbroek experimentirte auf ähnliche Weise und macht dabei Beobachtungen, die spätere Naturforscher zur grössten Vorsicht bei der Annahme gewisser Grundfarben auffordern mussten. So sagt er (Introd. §. 1821): Si lux a primate in suos coloratos radios refracta in leuitem incidit et focus omnium colorum sit caudius, prope lentem intercipiatur aliquis color, veluti violaceus, focus non amplius candescet, sed contristatur vergens ad colorem fuscum; intercepto insuper colore indico focus minus candebit; excluso adhuc rubro colore, focus flavescit viretque; tandem radii viridibus transitu negatu, focus perfecte flavescit. Si tamen radii flavi intercipiuntur, focus pergit candere: adeo ut ad albidum non necessarius sit omnium colorum concursus: an hoc sit quia solis lux illabata ad flavedinem quadammodo tendit? ideo ex 4 vel 5 reliquis coloribus concurrentibus perfecta fit albedo. Ähnliches spricht auch

Newton aus, der dem weissen Sonnenlichte einen gelblichen Überschuss zuschreibt; Busolt (Poggendorff LXXXVI, 160) findet die Farbe der Sonne weiss, die ihrer Flecken violet mit glänzend gelben Rändern. Challis (Poggendorff VII) glaubt selbst einen gelben Ton des Sonnenlichtes aus der Theorie folgern zu können. — Mussehenbroek sagt ferner §. 1843: Evenit interdum ut colores, naturalibus similes oriantur ex duobus coloribus componentibus qui terni se excipiunt eo ordine ac prismatico radius solaris in colores secerantur. Ita ruber et flavus faciunt aurantium; flavus et coeruleus efficiunt viridem. Sed hoc non semper observatur: nam aurantium et viridis non faciunt flavum; viridis et purpureus non faciunt coeruleum, et violaceus et aurantium non faciunt purpureum. Quoniam — so führt er fort im Sinne der Theorie der Körperfarben, wie sie aus den Anwendungen erklärt werden — componentia non producant eam crassitiem qualis necesse est pro coloribus inter mediis, pag. 739.

55) Über Newton's Farbenregel ist so Widersprechendes und Abweichendes in den Schriften selbst solcher Autoren zu finden, die gewiss seine optischen Schriften oft genug in Händen haben, dass es nützlich sein wird, darauf aufmerksam zu machen. Er gibt sie in der Optice, I. lib., II. pars. Prop. VI, Probl. II. In mixtura colorum primariorum, data cuiusque quantitate et qualitate invenire qui sit futurus compositus color. Centro O, semidiametro OD describitur circulus ADF, distinguitur



circumferentia ipsius in septem partes DE, EJ, JG, GH, AB, BC, CD quae sint proportionales tonis septem musicis sive inter vallis octo illorum in octava sol la fa sol la mi fa sol, hoc est quae sint proportionales numeris  $\frac{1}{9}$ ,  $\frac{1}{16}$ ,  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{9}$ ,  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{16}$ ,  $\frac{1}{9}$ . Repraesentet prima pars DE colorem rubrum, secunda EF aureum, tertia FG flavum... Finge hos esse colores omnes luminis simplicis gradatim in se invicem desinentis, quomodo faciunt colores prismatico exhibiti: hoc est repraesentet

circumferentia DEF G ABCD totam seriem colorum ab usque uno extremo coloratis solis imaginis ad alterum ordine dispositorum, adeo ut a D ad E sint omnes gradus coloris rubri: in E color intermedius inter rubrum atque aureum; ab E ad F gradus omnes coloris aurei . . . . Porro sit p centrum gravitatis, arcus DE, et q, r, s, t, v, x centra gravitatis arcuum EJ, JG, GA, AB, BC, CD comparate, et circuli haec centra gravitatis describantur circuli, qui sint comparate proportionales radiis singulorum colorum in data mixtura; hoc est circulus p proportionalis numero radiorum rubrorum in data mixtura; etc. Inveni deinde centrum gravitatis commune omnium circumferentiarum istorum, p, q, r . . . quod quidem centrum sit in Z. Et per illud Z a centro circuli ADF ducta ad circumferentiam linea recta OY locus istius puncti Y in illa circumferentia ostendet, quis nasciturus sit color ex compositione colorum omnium in data mixtura et linea OZ erit proportionalis largitati sive saturitati illius coloris, i. e. ostendet quantum is distet ab albedine. Folgen Beispiele. Hierauf fährt er fort: atque hanc quidem regulam satis accuratam esse existimo ad experimenta agenda, quamvis non sit mathematica accurata. Porro autem quam vera sit ad sensus iudicium, abunde probari potest intercepto ad lentem unum quemvis vel plures colorum. Etenim reliqui colorum non intercepti sed ad focus lentis progredientes conficiunt ibi vel accurate vel quam proxime colorem talem, qualis secundam hanc regulam ex permixtione ipsorum oriri debeat, pag. 111—113. Hier ist nun unzweifelhaft ausgesprochen, dass der Farbenkreis nach dem Verhältnisse jener Töne zu theilen sei, und obsehon N. sich nirgends darüber äussert, ob diese Theilung nur zufällig mit jenen Tonverhältnissen stimmt und von vorn herein em-

pirisch gefunden worden sei, oder ob sie nach der Analogie der Musik construiert wurde, so ist letzteres doch das Wahrscheinlichere trotz allem was Biot dagegen anführt (III, 452); ja gerade dass für verschieden zerstreute Mittel diese Distancen verschieden sind, Newton aber die verschiedene Zerstreung des Lichtes in verschiedenen Körpern nicht kannte, muss als Argument für die letztere Vermuthung dienen. Jedenfalls aber ist diese Übereinstimmung zwischen Musik und Farbe hier ein Zufall, da nach der gegenwärtigen Theorie der Musik für die angegebene Intervalle gar nicht mehr die Zahlen  $\frac{1}{9}$ ,  $\frac{1}{10}$  . . . gelten. Eben darum aber weil die Construction auf einer Fiction beruht, darf man auf dieselbe kein weiteres theorelisches Gewicht legen, sondern muss sich begnügen, wie es Newton selbst nicht anders fordert, sie als eine sehr brauchbare Regel zu benützen wo es angeht. Forbes gibt Phil. Mg. pag. 163 die Regel abweichend an; er sagt nämlich: let the colours pass from the circumference to perfect soluteness in the centre and statt das Gewicht der Farbe in den Schwerpunkt des Bogens zu legen, setzt er es in den Mittelpunkt desselben, obsehon sich gegen diese Abweichung nichts einwenden lässt. Grassman's Beweis für die mathematische Richtigkeit der Newton'schen Constructionsweise hält nicht Stich. Siehe weiter unten §. 4 des 5. Abschnittes.

Newton's Regel ist auf manche Weise und mit grossem Vortheil zur Bestimmung der resultirenden Farbe benützt worden. So gibt Brewster bei Gelegenheit der Farben der Newton'schen Ringe folgende Anweisung die Nuancen zu bestimmen: Man ziehe einen Kreis und theile seinen Umfang (abweichend von Newton) in Theile von 50° (roth), 30° (orange), 40° (gelb), 60° (grün), 60° (blau), 40° (indigo), 80° (violett). In die einzelnen Sektoren trägt man nun Bögen, welche dem Maximum und Minimum der entsprechenden Farbe entsprechen, wenn man sie homogen auf einen Apparat fallen lässt, der zur Darstellung der Farbmengende dient: da sich die Durchmesser der Ringe von roth bis violett verhalten wie 1:0.924:0.885:0.825:0.763:0.711:0.681:0.630, so trage man die Bögen nach diesen Verhältnissen ein, und construire sie mit dem 2fachen, 3fachen . . . nfachen Durchmesser. Will man nun den Farbenton an irgend einer Stelle erfahren, so braucht man nur aus dem Centrum durch diese einen Kreis zu legen: die Lage desselben in den verschiedenen Sektoren zeigt an, welche Farben zu der Mischung beitragen und in welchen Intensitäten sie dabei wirken werden (Brewster, Optics, im Lardner Cabinet Cyclopaedia. London 1831, pag. 106). Über Newton's Verfahren, diese Farben zu bestimmen s. Newton Optice III. u. Biot traité de phys. math. IV, pag. 53.

- <sup>50)</sup> Wie logisch manche dieser Herren dachten, kann man an Nuguet (im Journ. des Sav. Suppl. Jul. 1707, der Originalaufsatz erschien eigentlich schon im April 1705 im Journal de Trévoux. Vergl. Göthe's Geschichte der Farbenlehre) sehen, der ungefähr, wenn man Alles erwägt, so raisonnirt: Schwarz und weiss sind keine Farben. Die Farben sind einfach oder zusammengesetzt. Einfache Farben sind solche, die nicht weiter zusammengesetzt sind. Solcher aber sind nur 2, gelb und blau, aus deren Mischung unter Hinzutreten von Hell und Dunkel alle anderen Farben entstehen. Gelb aber ist eine Verbindung von vielem Lichte mit wenig Schatten. Blau von wenig Licht mit vielem Schatten. Daher sind Licht und Schatten, oder was dasselbe ist, Schwarz und Weiss, die einzigen und eigentlichen einfachen Farben. Ein anderer dieser Gegner Louis Bertrand Castel (L'optique des couleurs fondée sur les simples observations et tournée sur toute la pratique de la peinture. Paris 1740) findet, dass die Farben in 2 Bündel getrennt zum Prisma heraustreten, indem ein breiter weisser Streifen sie hindert, in eine einzige Erscheinung zusammenzutreten, es sei denn nach einer grösseren Entfernung, die man aber willkürlich verändern könne. Castel nimmt Roth, Gelb und Blau als einfache Farben

an. — Gauthier macht einige bedeutendere Einwürfe (Chroagenesie an génération des couleurs contre le système de Newton. Paris 1751. Ins Lateinische übersetzt und weiter bearbeitet von Celestin Cominale, Antinewtonianismus, Neapel 1754 und 1756), am meisten heirrt ihn aber, dass er aus Pigmenten keine theoretisch richtigen Gemische enthält; während Guyot Newton's Theorie für falsch erklärt, weil er durch ölgetränkte Papiere die Farbenerscheinung nicht in der vorgeschriebenen Weise wahrnehmen kann. — Göthe, dessen bedeutsames und an werthvollen Beobachtungen reiches Werk im Jahre 1810 erschien, ist vielfach widerlegt worden; zuletzt und am entschiedensten durch Wilde im zweiten Bande der Geschichte der Optik, 1843. Seine Ansicht ist ungefähr in folgenden Worten enthalten: „Die Farbe ist ein Schattiges (σκιερόν) und wie sie mit dem Schatten verwandt ist, verliert sie sich auch gerne mit ihm, sie erscheint gern in ihm und durch ihn, wo sich nur ein Anlass dazu bietet.“ — „Das höchst energische Licht, wie das der Sonne, des in Lebensluft brennenden Phosphors u. s. f. ist blendend und farblos; dieses Licht durch ein nur wenig trübes Mittel gesehen, erscheint gelb. Nimmt die Trübe eines solchen Mittels zu, oder wird seine Tiefe vermehrt, so sehen wir das Licht eine gelbrothe Farbe annehmen, die sich endlich bis zum Rubinrothen steigert. Wird hingegen durch ein trübes, von einem durchfallenden Lichte erleuchtendes Mittel die Finsterniss gesehen, so erscheint uns eine blaue Farbe, welche nur heller und blässer wird, je mehr sich die Trübe des Mittels vermehrt, hingegen dunkler und heller, je durchsichtiger die Trübe werden mag, ja bei dem mindesten Grade der reichsten Trübe als das schönste Violet dem Auge sichtbar wird. Jenes so gemässigte Licht erscheint nicht nur dem Auge gelbroth, sondern wirft auch auf die Gegenstände einen gelbrothen Schein und der blaue Himmel macht dagegen in der Camera obscura ein blaues Bild. Daraus erhellet, warum der Himmel und dunkle Berge blau erscheinen und warum die Sonne am Horizont roth erscheint.“

- 57) Die bedeutende Stelle, wo ein ausgezeichnete Beobachter sich eine grosse Entdeckung entschlüpfen liess, befindet sich in den Phil. Trans. 1802 (On a method of examining refractive and dispersive powers by prismatic reflection). I cannot conclude these observations on dispersion without remarking that the colours into which a beam of white light is separable by refraction appear to me to be neither 7 as they usually are seen in the rainbow, nor reducible by any means to three as some persons have conceived, but that by employing a very narrow pencil of light 4 primary divisions of the prismatic spectrum may be seen with a degree of distinctness, that I believe has been described nor observed before. If a beam of daylight be admitted into a dark room by a crevice  $\frac{1}{20}$  of an inch broad, and received by the eye at the distance of 10 or 12 feet through a prism of flintglass, free from veins held near the eye, the beam is seen to be separated into the 4 following colours only: red, yellowish green, blue and violet. The line A that bounds the red side of the spectrum is somewhat confused which seems in part owing to want of power in the eye to converge red light. The line B, between red and green in a certain position of the prism is perfectly distinct; so are D and E, the 2 limits of violet. But C, the limit of green and blue is not so clearly marked as the rest, and there are also on each side of this limit other distinct dark lines, f and g, either of which in an imperfect experiment might be mistaken for the boundary of these colours. The position of the prism in which the colours are most clearly divided, is, when the incident light makes about equal angles with 2 of its sides. J then found, that the spaces AB, BC, DE occupied by them, were nearly as the numbers 16:24:36:25. S. 378. Über die Bedeutung dieser Linien s. Helmholtz, Poggendorff, LXXXVII, pag. 48.

- 58) A course of lectures on natural philosophy and the mechanical arts; by Thomas Young. London 1807. It is certain that the perfect sensations of yellow and blue are produced respectively by mixture of red and green, and of green and violet light, and there is reason to suspect that those sensations are always compounded of the separate sensations combined: at least this supposition simplifies the theory of colours: it may therefore be adopted with advantage, until it be found inconsistent with any of the phenomena; and we may consider white light as composed of a mixture of red, green and violet, only, in the proportion of about two parts red, four green and one violet with respect to the quantity or intensity of the sensations produced. From 3 simple sensations, with their combinations we obtain seven primitive distinctions of colour, but the different proportions, in which they may be combined afford a variety of tints beyond all calculation. The three simple sensations being red, green, and violet; the three binary combinations are yellow, consisting of red and green; crimson of red and violet, and blue of green and violet; and the seventh in order is white light composed of all the three united. But the blue thus produced, by combining the whole of the green and violet rays, is not the blue of the spectrum, for four parts of the green and one of violet make a blue differing very little from green; and it is for this reason, that red and blue usually make a purple, deriving its hue from the predominance of the violet.
- 59) Zuerst in den Edinh. trans. 12, pag. 123: On a new analysis of solar light indicating three primary colours forming coincident spectra of equal light. Die folgende kurzgefasste Darstellung der ganzen Theorie ist aus den Optics by Brewster, London 1831, pag. 71—75 entlehnt. „Das Licht lässt eine doppelte Zerlegung zu: die eine mittelst Brechung, die andere durch Absorption. Lässt man das durch Brechung erhaltene Sonnenspectrum durch ein Smaltegias gehen, so tritt folgende Erscheinung ein: ein dunkler Schatten bedeckt die Mitte des Roth, das ganze Orange und einen grossen Theil des Grün, einen bedeutenden Theil vom Blau, ein wenig Indigo und sehr wenig des Violet. Dagegen hat das Gelb, von dem nur wenig absorbirt wird, an Breite zugenommen: es nimmt jetzt einen Theil des früher vom Orange und vom Grün bedeckten Raumes ein. Hieraus folgt, dass das blaue Glas das rothe Licht absorbirt hat, welches mit dem Gelb gemischt Orange gebildet hatte, und ebenso das blaue Licht, welches gemischt mit Gelb, den grünen Theil des Spectrums ausgemacht hatte. Wir haben also durch Absorption grünes Licht zerlegt in gelbes und blaues, und orangenes Licht in gelbes und rothes; und hieraus ergibt sich folgerichtig, dass die orangenen und grünen Strahlen des Spectrums, obschon unzerlegbar durch prismatische Brechung, durch Absorption zerlegt werden können und thatsächlich aus zwei verschiedenen Farben gleicher Refrangibilität bestehen. Es ist daher ein Unterschied in der Farbe noch kein Beweis verschiedener Brechbarkeit und der bezügliche Satz Newtons kann nicht fürder auf den Rang eines allgemeinen Gesetzes Anspruch machen.“ Aus einer Reihe von Versuchen zieht nun Brewster folgende Sätze:
1. Roth, gelb und blau existirt in jedem Punkte des Sonnenspectrums.
  2. So wie eine gewisse Menge, rothen gelben und blauen Lichtes das weisse Licht ausmacht, ebenso kann die Farbe jedes Punktes im Spectrum betrachtet werden als bestehend aus der vorherrschenden Farbe dieses Punktes gemischt mit weissem Lichte. Im rothen Raume ist mehr Roth vorhanden als zur Bildung des Weiss nöthig ist, im gelben mehr Gelb u. s. f. und am Ende des blauen mehr Roth als Gelb, daher bildet der Überschuss des Roth mit Blau violet.
  3. Durch Absorption des Überschusses an irgend einer Stelle des Spectrums erhält man weisses Licht, und dies hat die merkwürdige Eigenschaft, auf keine



